Tartalom

Matematika .... - 2 -
9. osztály .... - 2 -
10. osztály .... - 5 -
11.osztály .... - 6 -
12. osztály .... - 7 -
Feladatgyűjtemény .... - 8 -
9. osztály .... - 8 -
10. osztály 21
11. osztály 29
12. osztály 36
Internetes segédanyagok 43

Matematika

9. osztály

1. Kombinatorika, halmazok

Számoljuk össze! Összeszámlálási feladatok
Matematikai logika
Halmazok
Halmazműveletek
Halmazok elemszáma, logikai szita
Számegyenesek intervallumok

II. Algebra és számelmélet

Betűk használata a matematikában
Hatványozás. A hatványozás alapazonosságai
Hatványozás egész kitevőkre
A számok normálalakja
Egész kifejezések (polinomok)
Nevezetes szorzatok
A szorzattá alakítás módszerei. Kiemelés, nevezetes azonosságok alkalmazása
Műveletek algebrai törtekkel
Oszthatóság. Az oszthatóság tulajdonságai
Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös
Számrendszerek

III. Függvények

A derékszögű koordinátarendszer, ponthalmazok
Lineáris függvények
Az abszolútérték-függvény
A másodfokú függvény
A négyzetgyökfüggvény
Lineáris törtfüggvények
A függvénytranszformációk rendszerezése

IV. Háromszögek, négyszögek, sokszögek

Pontok, egyenesek, síkok és ezek kölcsönös helyzete
Néhány alapvető geometriai fogalom
A háromszögekről. Belső és külső szögek összege, háromszög-egyenlőtlenség
Összefüggés a háromszög szögei és oldalai között
Összefüggés a derékszögű háromszög oldalai között. A Pitagorasz-tétel és megfordítása
Feladatok Pitagorasz tételére
A négyszögekről
Feladatok négyszögekre
A sokszögekről. Átlók száma, belső és külső szögeinek összege
Nevezetes ponthalmazok a síkban és a térben
A háromszög beírt köre
A háromszög körülírt köre
Thalész tétele és néhány alkalmazása
Érintőnégyszögek, érintősokszögek

V. Egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek

Az egyenlet, azonosság fogalma
Egyenletek grafikus megoldása
Egyenletek értelmezési tartományának és értékkészletének vizsgálata
Egyenlet megoldása szorzattá alakítással
A mérlegelv
Egyenlőtlenségek
Abszolútértéket tartalmazó egyenletek, egyenlőtlenségek
Paraméteres egyenletek
Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszerek
Egyenletrendszerekkel megoldható feladatok
Lineáris többismeretlenes egyenletrendszerek

VI. Egybevágósági transzformációk

A geometriai transzformáció fogalma, példák geometriai transzformációkra
Tengelyes tükrözés a síkban
Tengelyesen szimmetrikus alakzatok. Feladatok tengelyes tükrözésre
Középpontos tükrözés a síkban
Középpontosan szimmetrikus alakzatok. Feladatok középpontos tükrözésre
A középpontos tükrözés alkalmazásai. Paralelogramma, magasságvonal, súlyvonal
Pont körüli forgatás a síkban
A pont körüli forgatás alkalmazásai. Ívhossz, körcikk területe, ívmérték
A forgásszimmetria
Párhuzamos eltolás. Vektorok
Műveletek vektorokkal
Alakzatok egybevágósága

VII. Statisztika

Az adatok ábrázolása. Diagramok
Az adatok jellemzése
A módusz, átlag és medián

A vizsgára hozni kell: Függvénytáblázat, íróeszköz, számológép, vonalzó és körző!
Feladatok a Mozaikos tankönyvben találhatóak, kidolgozva is!
Tanulási segédanyag az iskola honlapján!

10. osztály

1. A négyzetgyökvonás azonosságai

- A négyzetgyökvonás azonosságainak alkalmazása
  - Az azonosságok alkalmazása feladatokban (gyöktelenítés, valós számok összehasonlítása, gyökös egyenletek

2. A másodfokú egyenlet

- A másodfokú egyenlet és függvény
- A megoldóképlet
- A gyöktényezős alak, gyökök és együtthatók összefüggése
- Másodfokú egyenlőtlenség
- Másodfokú egyenletrendszer
- Szöveges feladatok megoldása

3. A körrel kapcsolatos ismeretek

- Középponti és kerületi szögek tétele
- Kerületi szögek tétele; látókörív
- Feladatok a húrnégyszögek tételének alkalmazására

4. A hasonlósági transzformáció és alkalmazásai

- Párhuzamos szelők és szelőszakaszok tétele
- A középpontos hasonlósági transzformáció
- Alakzatok hasonlósága; a háromszögek hasonlóságának alapesetei
- Arányossági tételek a derékszögű háromszögben
- Hasonló síkidomok területének aránya

5. Hegyesszögek szögfüggvényeinek értelmezése

- Távolságok meghatározása a hasonlóság segítségével
- Hegyesszögek szögfüggvényeinek definíciói
- Számítási feladatok a szögfüggvények alkalmazásával
- Derékszögű háromszögek különböző adatainak meghatározása

6. Vektorok

- Vektor fogalma; vektorok összege, különbsége, szorzása számmal
- Vektorok felbontása különböző irányú összetevőkre
- Vektorok a koordináta-rendszerben, vektor koordinátái

7. Szögfüggvények

- A sinus és cosinus függvény definíciója, egyszerű tulajdonságai
- A sinus és cosinus függvény grafikonja, ábrázolása és jellemzése

8. Valószínűségszámítás

- Események
- Műveletek eseményekkel
- Kísérletek, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség

A vizsgára hozni kell: Függvénytáblázat, íróeszköz, számológép, vonalzó és körző!!!!!!!!
Feladatok a Mozaikos tankönyvben találhatóak, kidolgozva is!!!

11.osztály

1. Kombinatorika, gráfok

- Permutációk,Variációk, feladatmegoldás
- Ismétlés nélküli kombinációk
- Gráfok – pontok, élek, fokszám

2. Hatvány, gyök, logaritmus

- Hatványfüggvények és gyökfüggvények
- Törtkitevőjű hatvány
- Exponenciális egyenletek megoldása
- A logaritmus fogalma, példák
- Logaritmusfüggvények ábrázolása, jellemzése – feladatok megoldása
- A logaritmus azonosságai
- Logaritmikus egyenletek

3. A trigonometria alkalmazásai

- Vektorműveletek a koordináta rendszerben
- Két vektor skaláris szorzata
- A szinusztétel, feladatok megoldása
- A koszinusztétel, feladatok megoldása
- Trigonometrikus egyenletek
- Trigonometrikus függvények ábrázolása

4. Koordinátageometria

- Vektorok a koordináta-rendszerben. Műveletek koordinátáikkal adott vektorokkal
- Két pont távolsága. Két vektor hajlásszöge
- Szakasz osztópontjának koordinátái (felezőpont, harmadolópont), a háromszög súlypontjának koordinátái
- Az egyenest meghatározó adatok a koordináta-rendszerben
- Az egyenes egyenletének normálvektoros alakja
- Két egyenes metszéspontja, távolsága, hajlásszöge – feladatok megoldása
- A kör egyenlete és helyzete

5. Valószínűségszámítás, statisztika

- Klasszikus valószínűségi modell
- Visszatevéses mintavétel; alkalmazások

A vizsgára hozni kell: Függvénytáblázat, íróeszköz, számológép, vonalzó és körző!!!!!!!!
Feladatok a Mozaikos tankönyvben találhatóak, kidolgozva is!!!
A Mozaikos tankönyv és feladatgyűjtemény segít a felkészülésben

12. osztály

I. Logika, bizonyítási módszerek

Logikai feladatok, kijelentések
A teljes indukció
Az indirekt bizonyítás

II. Számsorozatok

A sorozat fogalma, példák sorozatokra
A számtani sorozat n-edik tagja, az első n tag összege
A mértani sorozat n-edik tagja, az első n tag összege
Összetett feladatok számtani és mértani sorozatokra
Kamatszámítás, törlesztő részletek kiszámítása

III. Térgeometria

A testek osztályozása
Szabályos testek
A háromszögek, a négyszögek területe
A terület fogalma, a sokszögek területe
Területszámítási feladatok
A kör és részeinek területe
A kocka és a téglatest felszíne és térfogata
A hasáb és a henger térfogata
A gúla és a kúp felszíne és térfogata

Rendszerező összefoglalás

Halmazok
Kombinatorika
Valószínűségszámítás
Számok és műveletek
Számelmélet, oszthatóság
Hatvány, gyök, logaritmus
Racionális kifejezések
Egyenletek, egyenlőtlenségek
Egyenletrendszerek
A függvény fogalma, grafikonja, egyszerű tulajdonságai
Alapvető geometriai fogalmak
Geometriai transzformációk
Vektorok, szögfüggvények
Koordinátageometria
Térgeometria

A vizsgára hozni kell: Függvénytáblázat, íróeszköz, számológép, vonalzó és körző!
Feladatok a Mozaikos tankönyvben találhatóak, kidolgozva is!!!

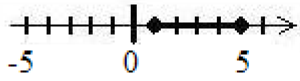
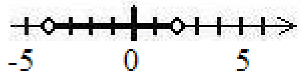
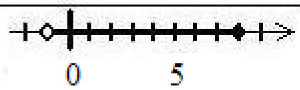
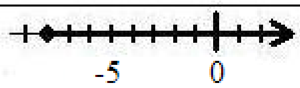
Feladatgyűjtemény

9. osztály

I. HALMAZOK

<u>Számegyenesek, intervallumok</u>

1. Töltsd ki a táblázatot! Minden sorban egy-egy intervallum háromféle megadása szerepeljen!

Jel	Ábra számegyenesen	Relációjellel	Intervallumjelöléssel
A			
B		$0 \leqq x \leqq 3$	
C			$[1; 2]$
D			
E		$-2 < x < 7$	
F			$]3; 4[$
G			
H		$-5 \leqq x < 1$	
I			$]1; 6]$
J			
K		$x > 2$	
L			$[0; \infty[$
M		$x \leqq 4$	

2. Add meg a fenti módon háromféleképpen a következő intervallumokat! A nagybetűk az előző feladat intervallumait jelölik.

a) $A \cup B$
b) $A \cap B$
c) $A \setminus B$
d) $B \setminus A$
e) $A \cup C$
f) $C \cap B$
g) $A \cup D$
h) $D \setminus A$
i) $D \cap E$
j) $G \setminus H$
k) $A \cup J$
l) $G \cap J$

II. ALGEBRA ÉS SZÁMELMÉLET

Algebrai kifejezés, változó, együttható

3. Hány változósak a következő algebrai kifejezések? Adjuk meg a bennük szereplő változókat és együtthatókat!

feladat	kifejezés	változók száma	változók felsorolása	együttható
a)	$2a$			
b)	$7ab$			
c)	$5xy$			
d)	$3c \cdot 4d$			
e)	$-6c2d$			
f)	zy			
g)	$b \cdot 8$			
h)	y			
i)	$\frac{2}{3}df$			
j)	$-\frac{5}{7}pqr$			
k)	$\frac{4k}{3}$			
l)	$-\frac{3a}{10}$			
m)	$-\frac{9tm}{2}$			
n)	$\frac{u}{3}$			
o)	$-\frac{ac}{6}$			

Helyettesítési érték kiszámolása

4. Számoljuk ki a következő kifejezések értékét, ha $x = 2$, $y = -1$!

   a) $6x - x^2$;
   b) $-3 + 2y^2 - y$;
   c) $2(y^2 - x^3)$;
   d) $x + y - xy$;
   e) $\frac{1}{2}x - y + \frac{xy}{x+y}$;
   f) $x^2 - y^2 + 2y$;
   g) $x^y + \frac{1}{2}y + \frac{1}{2}x$;
   h) $\frac{x+3y}{2} + yx$

5. Számoljuk ki a következő kifejezés értékét, ha $a = \frac{1}{3}$, $b = -3$!

   a) $\frac{3a+b}{-1} + \frac{2}{3}b$;
   b) $a(b+3) - ab$;
   c) $(a^0 - b)\cdot(-3a)$;
   d) $\frac{ab+1}{7} - \frac{b}{a} + 2b$

6. Számoljuk ki a következő kifejezés értékét, ha $c = 0$, $d = 0{,}5$, $e = -5$!

   a) $\frac{cd - e^2}{5} \cdot \frac{c-e}{d}$;
   b) $d^c + e + \frac{c}{d}$
   c) $\frac{e}{c} + 1 - d^e$;

A hatványozás azonosságainak használata

Azonos alapú hatványok

$$\boxed{a^n \cdot a^k = a^{n+k}}$$

$$\boxed{\frac{a^n}{a^k} = a^{n-k}}$$

$$\boxed{\left(a^n\right)^k = a^{nk}}$$

Szorzat, hányados hatványozása

$$\boxed{(ab)^n = a^n b^n}$$

$$\boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}}$$

7. Hozzuk a lehető legegyszerűbb alakra a következő kifejezést! (Minden betű legfeljebb egyszer szerepeljen benne, és ne legyen benne negatív kitevő!)

   a) $\frac{a^2b\left(ba^3\right)^4}{ab^2}$;
   b) $\frac{(ab)^2\left(b^2\right)^3 \cdot a^4 \cdot b^7}{\left(a^2b\right)^3 \cdot \left(ab^3\right)^2}$

Negatív kitevőjű hatvány

$$\boxed{a^{-n} = \frac{1}{a^n}}$$

8. Számoljuk ki a következő kifejezések értékét!

a) 2^{-3};
b) 5^{-2};
c) 7^{-1};
d) 3^{-4};
e) $0{,}1^{-1}$;
f) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$;
g) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$

A számok normál alakja

9. Töltsd ki az alábbi táblázatot! Egymás mellett ugyanannak a számnak a kétféle alakja szerepeljen!

helyiértékes alak	normál alak	helyiértékes alak	normál alak
200			$2{,}008 \cdot 10^{10}$
50 000			
26 000		0,1	
	$4 \cdot 10^{3}$	0,2	
	$3 \cdot 10^{2}$	0,05	
	$2{,}5 \cdot 10^{4}$		$3{,}5 \cdot 10^{-1}$
175 000			$2 \cdot 10^{-2}$
2 315 000			$4{,}05 \cdot 10^{-3}$
42 500 000		0,021	
	$1{,}35 \cdot 10^{5}$	0,1255	
	$7{,}256 \cdot 10^{2}$	0,007	
	$5{,}701 \cdot 10^{4}$		$7 \cdot 10^{-5}$
70 000 000 000			$1{,}01 \cdot 10^{-3}$
– 45 000			$-7{,}5 \cdot 10^{-2}$
– 16 750 000		0,000 005	
– 850 000 000 000		– 0,0010023	
	$-4{,}1004 \cdot 10^{7}$	0,50012	

Egész kifejezések (polinomok)

Nevezetes azonosságok használata

$$\boxed{(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$$

Két tag összegének négyzete egyenlő:

az első tag négyzete,

p l u s z

a két tag kétszeres szorzata,

p l u s z

a második tag négyzete.

$$\boxed{(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2}$$

Két tag különbségének négyzete egyenlő:

az első tag négyzete,

m í n u s z

a két tag kétszeres szorzata,

p l u s z

a második tag négyzet

---

10. A megfelelő nevezetes azonosságok alapján végezzük el a műveleteket!

a) $(x+y)^2$;
b) $(c+d)^2$;
c) $(x+5)^2$;
d) $(x-y)^2$
e) $(e-f)^2$;
f) $(a-3)^2$;
g) $(a+7)^2$;
h) $(4-b)^2$;
i) $(x-1)^2$
j) $(2c+d)^2$;
k) $(e-3f)^2$;
l) $(5y-4x)^2$;
m) $(3g+4)^2$;
n) $(8p-5q)^2$;
o) $\left(\frac{x}{6}+1\right)^2$;
p) $\left(\frac{a}{2}-\frac{c}{3}\right)^2$;
q) $(y^2+1)^2$;
r) $(1-x^2)^2$;
s) $(b^3-2)^2$

$$\boxed{(a+b)(a-b) = a^2 - b^2}$$

11. A megfelelő nevezetes azonosság alapján végezzük el a műveleteket!

a) $(x+y)(x-y)$;
b) $(p+q)(p-q)$
c) $(c-d)(c+d)$;
d) $(a+3)(a-3)$;
e) $(5-d)(5+d)$;
f) $(6e+f)(6e-f)$;
g) $(2+3x)(2-3x)$;
h) $(a^3-1)(a^3+1)$;
i) $(4z+5y)(4z-5y)$

j) $\left(\frac{y}{7}+\frac{1}{2}\right)\left(\frac{y}{7}-\frac{1}{2}\right)$;
k) $\left(\frac{a}{10}-\frac{b}{3}\right)\left(\frac{a}{10}+\frac{b}{3}\right)$;
l) $\left(\frac{a}{b}-\frac{c}{c}\right)\left(\frac{a}{b}+\frac{c}{d}\right)$;
m) $\left(\frac{x^5}{2y}+6z\right)\left(\frac{x^5}{2y}-6z\right)$

---

12. Végezzük el a műveleteket!

a) $(a+b)^2-2ab$;
b) $(x-y)^2-x^2-y^2$;
c) $5(a^2-b^2)+(a+b)^2$;
d) $3(c+d)+6(d-c)$;
e) $(y-1)^2+(y-1)$;

f) $(b-c)-(b+c)$;
g) $(d+1)^2-2(d-3)$;
h) $5x-(1-x)^2$;
i) $(y-b)(y+b)-(y-b)^2$;
j) $c(c+1)+(c-2)^2-2c^2$

---

13. Alakítsuk szorzattá a következő kifejezéseket!
— kiemeléssel:

a) $5c+5d$;
b) $3y-15x$;
c) $6a^2-12$;
d) $2x+4y-6z$;
e) $10x+100xy$;

f) $\frac{1}{2}abc-\frac{1}{2}abd+\frac{1}{2}bcd$;
g) a^2+a;
h) $x^5-x^4+x^3-x^2+x$;
i) $9b^2+18b$

— nevezetes azonosság alapján:

$$\boxed{a^2-b^2=(a+b)(a-b)}$$

j) x^2-y^2;
k) x^2-5^2;
l) c^2-25;
m) $9-a^2$;
n) $100-x^2$;
o) $(2y)^2-(3c)^2$;

p) $25a^2-16b^2$;
q) $100d^2-81c^2$;
r) $\frac{4}{9}x^2-36$
s) $a^2b^2-49y^2$

14. Hozzuk egyszerűbb alakra a következő kifejezést!

a) $\dfrac{15(a+2)}{10(a+2)}$;

b) $\dfrac{4a+4b}{2a+2b}$;

c) $\dfrac{6d-12}{d-2}$;

d) $\dfrac{4+2x}{4-x^2}$;

e) $\dfrac{y^2-9}{2y-6}$;

f) $\dfrac{b^2-c^2}{4b+4c}$;

g) $\dfrac{36a^2-49b^2}{12a-14b}$;

h) $\dfrac{2x+8}{y^2-25}\cdot\dfrac{3y-15}{x^2-16}$

i) $\dfrac{1}{b^2-100}+\dfrac{b}{2b+20}$;

j) $\dfrac{x}{6x-6y}+\dfrac{2}{x^2-y^2}$;

k) $\dfrac{4}{3a+6}+\dfrac{5a}{a^2-4}-\dfrac{3}{2a-4}$

III. FÜGGVÉNYEK

Ábrázold a következő függvényeket! (Az elsőfokú kivételével függvénytranszformációk segítségével.) **Jellemezd őket!** (Add meg**értelmezési tartomány**ukat, **értékkészlet**üket, **zérushely**üket, **szélsőérték**ük helyét és értékét, valamint jellemezd **menet**üket /monotonitásukat/! Az elsőfokú függvénynél pontosan *számold ki* a zérushelyet!)

Lineáris függvények

Elsőfokú lineáris függvények

15. Ábrázold és jellemezd a következő elsőfokú függvényeket!

a) $f(x)=x$ (alapfüggvény);

b) $f(x)=-x$;

c) $f(x)=\dfrac{2}{3}x-4$;

d) $f(x)=\dfrac{5}{4}x+1$;

e) $f(x)=\dfrac{1}{3}x-5$;

f) $f(x)=2x-6$;

g) $f(x)=x+3$;

h) $f(x)=5x-2$;

i) $f(x)=-\dfrac{3}{4}x+2$;

j) $f(x)=-\dfrac{2}{3}x+3$

k) $f(x)=-\dfrac{1}{5}x-2$;

l) $f(x)=-x+7$;

m) $f(x)=-2x+3$

n) $f(x)=\dfrac{4}{3}x$;

o) $f(x)=2x+3$;

p) $f(x)=x-5$;

q) $f(x)=-3x+6$;

r) $f(x)=-4x$;

s) $f(x)=0{,}5x+1$

Lineáris függvények

Nulladfokú (konstans, más néven állandó) lineáris függvények

16. Ábrázold és jellemezd a következő nulladfokú függvényeket!

a) $f(x)=3$;
b) $f(x)=-2$;
c) $f(x)=\frac{3}{2}$;
d) $f(x)=0$

Abszolútérték-függvények

17. Ábrázold és jellemezd a következő abszolútérték-függvényeket!

a) $f(x)=|x|$ (alapfüggvény);
b) $f(x)=|x|+4$;
c) $f(x)=|x|-3$;
d) $f(x)=|x+5|$;
e) $f(x)=|x+6|$;
f) $f(x)=|x-2|$;
g) $f(x)=|x-4|$
h) $f(x)=|x-2|-3$;
i) $f(x)=|x+4|-1$;
j) $f(x)=|x-5|+2$;
k) $f(x)=|x+5|+1$
l) $f(x)=2|x|$;
m) $f(x)=3|x|$;
n) $f(x)=-2|x|$;
o) $f(x)=-|x|$;
p) $f(x)=3|x+5|$;
q) $f(x)=\frac{1}{2}|x-3|$;
r) $f(x)=2|x-7|-6$;
s) $f(x)=-|x+3|+4$;
t) $f(x)=-2|x+1|$

Másodfokú függvények

18. Ábrázold és jellemezd a következő másodfokú függvényeket!

a) $f(x)=x^2$ (alapfüggvény);
b) $f(x)=x^2+2$;
c) $f(x)=x^2-9$;
d) $f(x)=(x+3)^2$;
e) $f(x)=(x-3)^2$;
f) $f(x)=(x+5)^2-4$
g) $f(x)=(x-5)^2+1$;
h) $f(x)=2(x+6)^2$;
i) $f(x)=-2(x-7)^2+2$;
j) $f(x)=\frac{1}{2}(x-4)^2$;
k) $f(x)=-x^2-2$

Négyzetgyökfüggvények

19. Ábrázold és jellemezd a következő négyzetgyökfüggvényeket!

a) $f(x)=\sqrt{x}$ (alapfüggvény);
b) $f(x)=\sqrt{x}+3$;
c) $f(x)=\sqrt{x}-1$;
d) $f(x)=\sqrt{x+5}$
e) $f(x)=\sqrt{x-6}$;
f) $f(x)=\sqrt{x-5}-2$;
g) $f(x)=\sqrt{x+1}+2$;
h) $f(x)=2\sqrt{x+1}$;
i) $f(x)=2\sqrt{x-3}-2$;
j) $f(x)=-2\sqrt{x}+3$;
k) $f(x)=3\sqrt{x-4}-1$

Lineáris (elsőfokú) törtfüggvények

20. Ábrázold és jellemezd a következő lineáris törtfüggvényeket!

a) $f(x)=\frac{1}{x}$ *(alapfüggvény);*
b) $f(x)=\frac{1}{x}+4$ *;*
c) $f(x)=\frac{1}{x}-5$ *;*
d) $f(x)=\frac{1}{x+6}$ *;*
e) $f(x)=\frac{1}{x-7}$ *;*
f) $f(x)=\frac{1}{x-4}+3$ *;*
g) $f(x)=\frac{1}{x+5}-6$ *;*
h) $f(x)=\frac{1}{x-2}-7$
i) $f(x)=\frac{2}{x}$ *;*
j) $f(x)=-\frac{1}{x}$ *;*
k) $f(x)=-\frac{2}{x}$ *;*

IV. GEOMETRIA (Háromszögek, négyszögek, sokszögek)

A következő négy feladatokhoz tudni kell: a háromszög nevezetes vonalainak definícióit, a háromszög kerületének, területének, beírható köre sugarának kiszámítási módját, valamint a Thalész- és a Pitagorasz-tételt.

21. Egy derékszögű háromszög két befogója a=3 cm, b=4 cm. Számítsuk ki a háromszög átfogóját,
    magasságait,
    középvonalait,
    kerületét, területét,
    súlyvonalait,
    köré, ill. beírható körének sugarát!

22. Egy derékszögű háromszög egyik befogója a=10 cm, átfogója=14 cm. Számítsuk ki a háromszög másik befogóját,
    magasságait,
    középvonalait,
    kerületét, területét,
    súlyvonalait,
    köré, ill. beírható körének sugarát!

23. Egy derékszögű háromszög a befogójához tartozó középvonala k_a=5 cm, az$a$ befogóhoz tartozó magassága pedig m_a=7 cm. Számítsuk ki a háromszög
    oldalait,
    többi magasságát,
    többi középvonalát,
    kerületét, területét,
    súlyvonalait,
    köré, ill. beírható körének sugarát!

24. Egy derékszögű háromszög $b$befogója 2 cm, az$a$ oldalához tartozó súlyvonala s_a=3 cm. Számítsuk ki a háromszög
    oldalait,
    többi magasságát,
    többi középvonalát,
    kerületét, területét,
    súlyvonalait,
    köré, ill. beírható körének sugarát!

V. EGYENLETEK, EGYENLŐTLENSÉGEK, EGYENLETRENDSZEREK

25. Oldd meg a következő egyenleteket mérlegelvvel (egyenletrendezéssel)!

a) $-3x=0$

b) $4\left(x-\frac{1}{3}\right)=0$

c) $5x-1=0$

d) $-3x+2=0$

e) $2x+5=2x-1$

f) $2x-2=1-x$

g) $(2x-7)+(8+3x)=26$

h) $8x-(5-4x)=6-(4x+9)$

i) $(6x+3)-(3x-4)=(x-4)-(x+1)$

j) $(0{,}4x-1{,}8)-(1{,}5x+1)-(-4x-0{,}8)=3{,}8$

k) $\left(\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}\right)-\left(-x-\frac{1}{2}\right)-\left(-\frac{1}{3}x-\frac{3}{4}\right)=\frac{5}{6}$

l) $3x(x+1)-x(3x-1)=x-7$

m) $4x-2(x-3)-3[x-3(4-2x)+8]=-1$

n) $(3x-1)(2x+5)-3(2x-1)(x+2)=24$

o) $(x-3)(x-4)-(1-x)(2-x)=0$

p) $2[3(4-x)-2(3+2x)-2]=44$

q) $-\{-x-[-x-(-x)]\}=1$

r) $2[3(x+4)-7]+1=8x-11$

s) $2[4-5(3x-5)]=60-15x$

t) $\frac{x}{6}=0$

u) $\frac{1}{2}x+\frac{3}{4}=0$

v) $\frac{x}{2}+\frac{x}{9}=44$

w) $2x-\frac{3}{5}x=\left(\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}\right)+\left(2-\frac{2}{5}x\right)$

x) $\left(\frac{7}{3}x-\frac{7}{2}x\right)+1=\left(x-\frac{16}{3}x\right)+\frac{16}{5}x$

y) $\left(\frac{3}{4}x-\frac{2}{5}\right)+\left(\frac{2}{3}x+\frac{5}{3}\right)-\left(\frac{7}{12}x-\frac{3}{10}\right)=\frac{29}{5}$

z) $\left(\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}\right)+\left(2x+\frac{1}{2}\right)-\left(\frac{2}{3}x-\frac{3}{4}\right)=\frac{5}{6}$

aa) $\frac{6x+4}{5}-\frac{2+5x}{3}=2;$

bb) $\frac{7x}{3}-\frac{3x+1}{2}=x+1;$

cc) $\frac{3x-7}{4}+\frac{x-1}{8}-\frac{x-5}{2}=\frac{x+1}{2}-1;$

dd) $\frac{x-1}{4}-\frac{2x-1}{9}=x-5;$

ee) $\frac{2x+3}{7}-\frac{x+2}{4}=x-\frac{x}{2}+\frac{2x-1}{3}$

Egyenletmegoldás szorzattá alakítással

26. Oldd meg a következő egyenleteket szorzattá alakítással!
    a) $7x^2 - 14x = 0$;
    b) $3x^3 + 9x^2 = 0$;
    c) $5(x+2) - x(x+2) = 0$;
    d) $(7-x)(5+x) + (7-x)(x-1) - (7-x)(x-3) = 0$;
    e) $2(8x-16) - x(8x-16) - (2x+1)(8x-16) = 0$

Egyenlőtlenségek

27. Oldd meg mérlegelvvel!
    a) $\frac{x}{2} + \frac{x}{9} < 44$;
    b) $\frac{6x-4}{5} - 6 \geq \frac{5x-2}{3} - 2x$;
    c) $\frac{x+1}{6} - \frac{x-1}{4} \leq 0$;
    d) $1 - \frac{6-2x}{3} < x - \frac{x+3}{2}$;
    e) $2x - 10 > 1\frac{2}{3}(x-3)$;
28. Oldd meg a következő szorzatos egyenlőtlenségeket!
    a) $(7+2x)(x-1) > 0$;
    b) $(2x+4)(5-x) < 0$;
    c) $(6-2x)(15-3x) \geq 0$;
    d) $(x-1)(2x-6) \leq 0$;

29. Oldd meg a következő törtes egyenlőtlenségeket!
    a) $\frac{x-1}{x+3} > 0$;
    b) $\frac{6x+36}{7-x} < 0$;
    c) $\frac{2x-1}{x+9} \geq 0$;
    d) $\frac{6-2x}{8+x} \leq 0$;
    e) $\frac{x-5}{6x} \leq 0$;

30. Oldd meg a következő abszolút értékes egyenleteket!
    a) $|5x+5| = 4$;
    b) $|2x-6| = 10$;
    c) $|x| = 7x - 1$;

31. A téglalap egyik oldala 9 egységgel hosszabb, másik oldala 6 egységgel rövidebb, mint egy négyzet oldala. A téglalap és négyzet területe egyenlő. Mekkora a négyzet oldala?

32. Egy híd cölöpének $\frac{1}{4}$ része a földben, $\frac{2}{5}$ része a vízben van, 2,8m hosszúságú része pedig kiáll a vízből. Milyen hosszúságú a cölöp?

33. 555 Ft-ot egyenlő számú 5 és 10 Ft-osokban szeretnénk kifizetni. Hány db 5 és 10 Ft-osra van szükség?

34. Két természetes szám összege 144. Az egyik háromszor akkora, mint a másik. Melyik ez a két szám?

35. Két természetes szám összege 847. Haaz egyik végére egy 0-t írunk, a másik számot kapjuk. Melyik ez a két szám?

36. Gondoljatok egy számot! Szorozzátok meg 2-vel, a szorzathoz adjatok hozzá 50-et, a kapott számot osszátok el 2-vel, és a hányadosból vegyétek el a gondolt számot! Igaz-e, hogy az eredmény mindig 25 lesz?

37. Egy iskolai ünnepély rendezésével 250 000 Ft bevételt szeretnénk biztosítani, ezért háromféle jegyet készítünk 300-300 Ft árkülönbséggel. A legolcsóbb jegyből 200-at, a közepes árú jegyből 150-et, a legdrágább jegyből 65-öt. Mennyi legyen a legolcsóbb jegy ára?

38. Egy apának, az anyának és a lányának az életkora összesen 85 év. Az apa 5 évvel idősebb, a lány 25 évvel fiatalabb az anyánál. Hány évesek külön-külön?

39. Melyik az a szám, aminek a $\frac{3}{4}$ része 5-tel nagyobb, mint az $\frac{1}{3}$ része?

40. Három testvér életkorának összege 15 év. A legidősebb 6 évvel idősebb a legfiatalabbnál. Mennyi idősek a testvérek, ha egyenlő időközönként születtek?

41. Elolvastam egy könyv $\frac{1}{4}$-részét és még 20 oldalt, hátra van még 8 oldal híján a könyv $\frac{2}{3}$ része. Hány oldalas a könyv?

42. Egy osztály 30 tanulója matematikadolgozatának értékelésekor kiderült, hogy a négyes dolgozatok száma kétszerese az ötösökének. Kettes érdemjegy eggyel több lett, mint ötös. Hármas négyszer annyi van, mint kettes, és csak egy tanuló írt elégtelen dolgozatot. Mennyi az ötös, négyes, hármas, kettes dolgozatok száma?

10. osztály

I. GYÖKVONÁS

<u>Négyzetgyök</u>

1. Számítsd ki számológép nélkül a pontos értékét:

a) $\sqrt{20}+\sqrt{45}$

b) $\sqrt{12}+\sqrt{3}-\sqrt{27}$;

c) $\sqrt{28}-\sqrt{63}+\sqrt{7}$;

d) $\sqrt{200}-\sqrt{18}-\sqrt{50}$

2. Melyik a nagyobb?

a) $6\sqrt{3}$ vagy $5\sqrt{2}$;

b) $3\sqrt{5}$ vagy $4\sqrt{3}$;

e)

c) $2\sqrt{7}$ vagy $3\sqrt{3}$;

d) $4\sqrt{10}$ vagy $3\sqrt{15}$;

3. Számítsd ki számológép nélkül a pontos értékét:

a) $\sqrt{\sqrt{61}-5}\cdot\sqrt{\sqrt{61}+5}$;

b) $\sqrt{12+\sqrt{23}}\cdot\sqrt{12-\sqrt{23}}$;

c) $\sqrt{\sqrt{75}+\sqrt{59}}\cdot\sqrt{5\sqrt{3}-\sqrt{59}}$;

d) $\sqrt{\sqrt{41}-4\sqrt{2}}\cdot\sqrt{\sqrt{41}+\sqrt{32}}$;

4. Gyöktelenítsd a törtek nevezőjét!

a) $\frac{2}{\sqrt{2}}$;

b) $\frac{5}{\sqrt{3}}$;

c) $\frac{10}{\sqrt{5}}$;

d) $\frac{3}{\sqrt{6}}$;

e) $\frac{a}{\sqrt{a}}$;

f) $\frac{6}{7\sqrt{3}}$;

g) $\frac{21}{4\sqrt{7}}$;

h) $\frac{2}{3\sqrt{2}}$;

i) $\frac{x}{2\sqrt{x}}$;

j) $\frac{7}{\sqrt{13}-\sqrt{6}}$;

k) $\frac{8}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}$;

l) $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

<u>n-edik gyök</u>

5. Végezd el a következő gyökvonásokat! Indokold eredményeid a gyökvonás definíciója alapján!

a) $\sqrt[3]{8}$;

b) $\sqrt[4]{16}$;

c) $\sqrt[3]{27}$;

d) $\sqrt[5]{32}$;

e) $\sqrt[3]{125}$;

f) $\sqrt[4]{10\,000}$;

g) $\sqrt[6]{1\,000\,000}$

6. Végezd el a következő gyökvonásokat!

(Kell tudni hozzá: $\sqrt[n]{a^n}=a$, ha *n* páratlan; valamint

$\sqrt[n]{a^n}=|a|$, ha *n* páros.)

a) $\sqrt[6]{a^6}$;

b) $\sqrt[13]{b^{13}}$;

c) $\sqrt[10]{c^{20}}$;

d) $\sqrt[5]{a^{15}}$

7. Hozz ki a gyökjel elé, amit tudsz, majd vonj össze!

a) $\sqrt[4]{32}+\sqrt[4]{162}$;

b) $\sqrt[3]{24}+\sqrt[3]{3}$

8. Írd fel egyetlen gyökjellel a következő kifejezést és hozd a lehető legegyszerűbb alakra!

a) $\sqrt[5]{2\cdot\sqrt[4]{2}}$;

b) $\sqrt[3]{3\cdot\sqrt{5}}$;

c) $\sqrt[5]{2\cdot\sqrt[4]{2}}$;

d) $\sqrt{a\sqrt[3]{a\sqrt[4]{a}}}$

9. Írd fel egyetlen gyökjellel a következő kifejezést, és hozd a lehető legegyszerűbb alakra!

a) $\sqrt[5]{2}\cdot\sqrt{2}$;

b) $\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt[4]{5}}$;

c) $\dfrac{\sqrt[5]{3}\cdot\sqrt{3}}{\sqrt[3]{3}}$;

d) $\dfrac{\sqrt[3]{c}\cdot\sqrt[4]{c}}{\sqrt{c^3}}$

10. Számítsd ki számológép nélkül a pontos értékét!

a) $\sqrt[3]{\sqrt{10}-\sqrt{2}}\cdot\sqrt[5]{\sqrt{10}+\sqrt{2}}$;

b) $\sqrt[5]{7-\sqrt{17}}\cdot\sqrt[5]{7+\sqrt{17}}$

II. A MÁSODFOKÚ EGYENLET

11. Oldd meg az egyenletet a valós számok halmazán!

a) $2x^2-4x-6=0$;
b) $x^2+7x+10=0$;
c) $-60+2x^2-2x=0$
d) $4x^2-224+4x=0$
e) $6x=x^2+5$;
f) $2x^2=x+3$;
g) $0=x^2-8x$;
h) $x^2-9=0$;
i) $2x^2+3x-2=0$;
j) $80-x^2=x^2+6x$
k) $80+x(3x+8)=2x(x-5)$
l) $27x-3x^2-42=0$
m) $x^2=4+3x$
n) $18x-3x^2-24=0$
o) $16+2x^2+18x=0$
p) $6x-3x^2+189=0$
q) $200-20x-4x^2=0$

Lásd még: Tankönyv

12. Oldd meg a következő egyenleteket a valós számok halmazán!

a) $(1+2x)(3-x)+x^2=9$
b) $9x^2-9x+2=(3x-1)(3x-2)$
c) $47-x(3x+4)=2(17-2x)-62$
d) $10(x-2)+19=(5x-1)(1+5x)$
e) $(x-7)(x+3)+(x-1)(x+5)=102$
f) $(3x-4)^2-(6x-7)^2=0$
g) $\dfrac{x^2-5x+6}{x^2-7x+12}=2$
h) $\dfrac{x^2+6x-7}{3x^2-x-2}=5$
i) $\dfrac{-3x^2+x}{3x^2-4x+1}=3$
j) $\dfrac{x+4}{3}=\dfrac{2x+1}{x}$
k) $\dfrac{12}{x}-\dfrac{7x-6}{6}+5x-26=0$
l) $\dfrac{3x-7}{x+5}=\dfrac{x-3}{x+2}$

13. Írj fel legalább két olyan másodfokú egyenletet (a lehető legegyszerűbb alakban), amelynek gyökei:
a) 5 és 2;
b) 7 és 4
c) 3 és –8;
d) –4 és 7;
e) –1 és –2;
f) 0 és –1
g) –3 és $\dfrac{1}{2}$;
h) –0,1 és –3!

Amelyikben nem egész számok az együtthatók, azt alakítsd egész együtthatóssá!

14. Egyszerűsítsd a következő törteket!
a) $\dfrac{2x^2+3x-2}{3x^2+3x-6}$;
b) $\dfrac{6x^2+x-2}{-2x^2+5x-2}$;
c) $\dfrac{x^2-3x-10}{x^2+6x+8}$;

15. Oldd meg az alábbi magasabb fokú, másodfokúra visszavezethető egyenletet!

a) $4x^4 - 17x^2 + 4 = 0$;

b) $16x^4 - 17x^2 + 1 = 0$

c) $2x^4 - x^2 - 1 = 0$

d) $3x^4 - 7x^2 + 2 = 0$

e) $4x^4 - 3x^2 - 1 = 0$

f) $2x^4 + 2x^2 - 4 = 0$;

g) $x^4 + 5x^2 + 6 = 0$;

h) $x^6 - 7x^3 - 8 = 0$

i) $-x^6 - 19x^3 + 216 = 0$;

j) $x^8 - 17x^4 + 16 = 0$

k) $x^8 - 15x^4 - 16 = 0$

16. Oldd meg az alábbi egyenlőtlenséget!

a) $x^2 - 6x + 5 < 0$;

b) $2x^2 - 2x - 12 \geq 0$;

c) $-2x^2 + 5x + 7 \leq 0$;

d) $-x^2 + x + 20 > 0$;

e) $x^2 - 6x + 10 > 0$;

17. Oldd meg az alábbi egyenletet!

a) $\sqrt{5-x} = x - 3$;

b) $x - 2 = \sqrt{3x-6}$;

c) $\sqrt{2x+2} = 3x - 1$;

d) $\sqrt{6-2x} = 9 + x$;

III. GEOMETRIA (HASONLÓSÁG)

<u>Kerületi és középponti szögek tétele</u>

18. Egy kör egyazon ívéhez tartozó középponti és kerületi szögek összege 240°. Mekkora a két szög?

19. Egy kör egyazon ívéhez tartozó középponti és kerületi szögek közül egyik 70°-kal nagyobb, mint a másik. Mekkora a két szög?

<u>Szögfelezőtétel</u>

20. Egy háromszög oldalai 12; 14 és 18 cm. Mekkora részekre bontja a 14 cm-es oldalt a vele szemközti szög felezője?
Ugyanezt oldd meg a másik két oldal esetére is!

21. Tk. 135/193.

Hasonló síkidomok

22. — Tankönyv 122. o. 178.

Magasságtétel, befogótételek

23. — Tankönyv 135/194, 195

24. Egy derékszögű háromszög átfogójához tartozó $\sqrt{12}$ cm-es magassága az átfogót két olyan szakaszra bontja, melyek hossza 1 cm-rel tér el egymástól. Mekkorák a befogók?

25. Egy derékszögű háromszög egyik befogója 5 cm, az átfogóra eső merőleges vetülete 2 cm. Mekkora a többi oldal és az átfogóhoz tartozó magasság?

Hasonló síkidomok területe, hasonló testek téfogata

26. — Tankönyv 161/241–243, 172/253–256.

27. Egy háromszög 7 cm, a hozzá tartozó magasság 6 cm. Ennek a magasságnak a felezőpontján át húzzunk a 6 cm-es oldallal egy párhuzamost! Számítsd ki a keletkezett síkidomok területét!

28. Egy háromszög egyik oldala 10 cm, a hozzá tartozó magasság 8 cm. A 10 cm-es oldallal párhuzamosan egy egyenessel két egyenlő területű részre bontjuk a háromszöget. Milyen távol van ez a párhuzamos a 10 cm-es oldaltól?

29. Egy 10 cm magas, 4 cm alapélű, négyzet alapú (szabályos négyoldalú) gúlát a magasság felezőpontján át az alaplappal párhuzamos síkkal elmetszünk. Mekkora a keletkezett testek térfogata?

30. Egy 15 cm magas gúlát az alapjától milyen távolságban kell az alaplappal párhuzamos síkkal két egyenlő térfogatú részre bontani?

31. Egy 20 cm magas, pattogatott kukoricával (nem púposan) tele tölcsérből megesszük a kukorica felét. Milyen magasan van a maradék kukorica?

IV. HEGYESSZÖGEK SZÖGFÜGGVÉNYEI

(TRIGONOMETRIA1.)

Szögfüggvények használata derékszögű háromszögekben

32. Egy derékszögű háromszög egyik befogója 10 cm, a vele szemközti szög 70°. Mekkorák az oldalai?

33. Egy derékszögű háromszög átfogója 15 cm. A háromszög egyik hegyesszöge 42°10'-os. Mekkora a többi oldal?

34. Egy 2 m hosszú létrát a falnak döntöttünk. A létra alja 1,3 m-re van a faltól. Mekkora szöget zár be a talajjal a létra?

35. Egy torony árnyéka a vízszintes talajon 75m hosszú. Milyen magas a torony, ha a napsugarak a vízszintes talajtól számítva 60 fokos szögben esnek a talajra?

36. Egy lejtő a vízszintessel 24°-os szöget zár be, és 2,8 m magasra visz. Mekkora a lejtő hossza és a vízszintesre eső vetülete?

37. Mekkora az egyenlő szárú háromszög alapja, ha szára 5,6 cm, az alapon fekvő szögei 58°13'-esek?

38. Egy egyenlő szárú háromszög alapja 12,5 cm, a szárszöge 52°-os. Mekkora a területe?

39. Egy téglalap átlói 33°-os szöget zárnak be egymással. Rövidebbik oldala 5 cm. Mekkora a hosszabbik oldala és az átlói?

40. Gergő szemmagassága a talajtól 175 cm-re van. Milyen magas az a fa, aminek tetejét 72°12' emelkedési szögben, alját 13°30' depressziószögben látja?

41. 35 m távolságból egy épület egyik ablakának felső párkánya 40°2', alsó párkánya 38°22' emelkedési szögben látszik. Milyen magas az ablak?

Adott egy szögfüggvény, számold ki a többit!

42. $\sin\alpha=0{,}6$. α kiszámolása nélkül számold ki α többi szögfüggvényét!

43. $\cos\alpha=0{,}15$. α kiszámolása nélkül számold ki α többi szögfüggvényét!

44. $\mathrm{tg}\,\alpha=1{,}6$. α kiszámolása nélkül számold ki α többi szögfüggvényét!

45. $\mathrm{ctg}\,\alpha=2{,}8$. α kiszámolása nélkül számold ki α többi szögfüggvényét!

46. $\sin\alpha=\frac{2}{3}$. α kiszámolása nélkül számold ki α többi pontos szögfüggvényét! (kerekített tizedestört nem jó!)

47. Szükség esetén gyakorlás céljából a 47.–50. feladatokat oldd meg más számokkal is!

Nevezetes szögek szögfüggvényértékei

48. Számold ki a következő kifejezés pontos értékét! (Számológép nem használható!)

$$\cos 30° \cdot \mathrm{tg}\, 60° - \mathrm{ctg}\, 60° \cdot \sin 60°$$

49. Számold ki a következő kifejezés pontos értékét! (Számológép nem használható!)

$$\frac{\mathrm{tg}\, 45° + \sin 45° \cdot \cos 45°}{\sin 30°}$$

50. Számold ki a következő kifejezés pontos értékét! (Számológép nem használható!)

$$\frac{\mathrm{tg}\, 45° \cdot \mathrm{ctg}\, 30° - 2\mathrm{ctg}\, 45° \cdot \cos 30°}{\sin 30°}$$

51. Számold ki a következő kifejezés pontos értékét! (Számológép nem használható!)

$$\frac{\sin 60° \cdot \cos 45°}{\sin 45°}$$

52. Számold ki a következő kifejezés pontos értékét! (Számológép nem használható!)

$$\frac{3 - 2\sin 30°}{\cos 45° \cdot \sin 45°}$$

53. Számold ki a következő kifejezés pontos értékét! (Számológép nem használható!)

$$\cos 10° \cdot \sin 80° + \sin 10° \cdot \cos 80°$$

54. Számold ki a következő kifejezés pontos értékét! (Számológép nem használható!)

$$\sin 33° \cdot \cos 57° + \cos 33° \cdot \sin 57°$$

55. Számold ki a következő kifejezés pontos értékét! (Számológép nem használható!)

$$2(\cos 1° \cdot \sin 89° + \cos 89° \cdot \sin 1°) - 3$$

Szabályos sokszögek területe, kerülete

56. Mekkora a 10 cm sugarú körbe írt szabályos ötszög területe, oldala, kerülete?
57. Mekkora az 5 cm sugarú körbe írt szabályos nyolcszög területe, kerülete?
58. Mekkora az egységnyi sugarú körbe írt szabályos hétszög területe?
59. Egy 20 cm sugarú körlapból a lehető legnagyobb területű szabályos hatszöget vágjuk ki. Hány % a hulladék?
60. Egy 12 cm sugarú körlapból a lehető legnagyobb területű szabályos kilencszöget vágjuk ki. Hány % a hulladék?
61. Mekkora sugarú körből vágható ki egy 100 cm^2 területű szabályos tízszög, ha minimális hulladékot szeretnénk?

VI. SZÖGFÜGGVÉNYEK (tetszőleges szögekre)

(TRIGONOMETRIA 2.)

Szögfüggvények általánosítása tetszőleges szögekre

62. Mit értünk tetszőleges szög szinusza alatt? Ábrázold koordináta-rendszerben egy origó középpontú, egységnyi sugarú körben egy tetszőleges szög szinuszát!
63. Mit értünk tetszőleges szög koszinusza alatt? Ábrázold koordináta-rendszerben egy origó középpontú, egységnyi sugarú körben egy tetszőleges szög koszinuszát!
64. Ábrázold és jellemezd a $f(x) = \sin x$ függvényt! (Értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás, periodicitás, paritás) A feladatot oldd meg fokban, majd radiánban is!
65. Ábrázold és jellemezd a $f(x) = \cos x$ függvényt! A feladatot oldd meg fokban, majd radiánban is!
66. Ábrázold és jellemezd a $f(x) =$ tg$x$ függvényt! A feladatot oldd meg fokban, majd radiánban is!
67. Ábrázold és jellemezd a $f(x) =$ ctg x függvényt! A feladatot oldd meg fokban, majd radiánban is!

11. osztály

I. KOMBINATORIKA

Kombinatorika

Ismétlés nélküli permutáció

1. Öt diák (A, B, C, D, E) elmegy moziba, és egymás mellé kapnak jegyeket.
   a) Hányféle sorrendben ülhetnek le egymás mellé?
   b) Hányféle sorrendben ülhetnek le egymás mellé, ha A és C mindenképp egymás mellé szeretne ülni?
   c) Hányféle sorrendben ülhetnek le egymás mellé, ha A és C semmiképp sem szeretne egymás mellé szeretne ülni?
   d) Az 5 diák mozi után cukrászdába megy, s egy kör alakú asztal köré ülnek. Hányféleképpen foglalhatnak helyet?

2. Matekból, irodalomból, történelemből és informatikából kell házi feladatot készítenem. Hányféle sorrendben tehetem ezt meg?

3. Hat lány és 5 fiú együtt megy el a színházba. A jegyek egymás mellé szólnak.
   a) Hányféleképpen ülhetnek le?
   b) Hányféleképpen foglalhatnak helyet, ha fiú fiú mellé, lány lány mellé nem ülhet?

4. Négy házaspár lép be egy szobába, az ajtón egyszerre legfeljebb egy ember tud belépni.
   a) Hányféle sorrendben juthatnak be a szobába?
   b) Hányféle sorrendben mehetnek be, ha két egymást követő belépő ember csak különböző nemű lehet?
   c) Hányféle sorrendben mehetnek be, ha nő az első, és minden nőt a férje követ?

5. András, Balázs, Csaba, Dénes, Endre és Ferenc egy koncerten egymás mellett foglalnak helyet. András és Ferenc úgy döntenek, hogy egymás mellé ülnek.
   a) Hányféleképp ülhet le a társaság?
   b) Hányféleképp ülhetnek le, ha András és Ferenc semmiképp sem akarnak egymás mellé ülni?
   c) Koncert után beülnek egy étterembe, ahol kör alakú asztalnál vacsoráznak. Hányféleképp foglalhatnak helyet, ha bárki bárki mellé ülhet?
   d) Hányféleképp foglalhatnak helyet, ha András és Ferenc még mindig nem szeretnének egymás mellett ülni?
   e) Hányféleképp ülhetnek le az étteremben, ha András, Balázs és Csaba valamilyen sorrendben egymás mellett akarnak vacsorázni?

6. 8 lányból és 10 fiúból hányféleképpen lehet összeállítani a lehető legtöbb egyszerre táncoló párt?

Ismétléses permutáció

7. Egy 10 fős társaság 3 tiramisut, 4 dobostortát, 2 gesztenyepürét és 1 somlói galuskát rendel. Hányféleképpen oszthatja ki a felszolgáló az édességeket, ha nem tudja, ki mit rendelt?

8. Hányféle sorrendben írhatók le a MATEMATIKA szó betűi?

9. Hányféle sorrendben írhatók le a MAGYARORSZÁG szó betűi?

10. Jocónak 3 egyforma fekete, 2 egyforma kék, 2 egyforma zöld és egy csíkos nyakkendője van. Hányféleképp viselheti ezeket 8 napon át, ha egy-egy napon egy nyakkendőt használ, és minden nap másikat?

11. Hányféle hatjegyű szám készíthető az 1, 2, 2, 3, 3, 3 számjegyekből?

12. Hányféle kilencjegyű, 5-tel osztható szám készíthető a 0, 2, 4, 4, 4, 6, 6, 6, 6 számjegyekből?

Ismétlés nélküli variáció

13. Tíz fő futóversenyen vesz részt. Hányféleképpen oszthatják ki az első három helyezettnek járó arany-, ezüst- és bronzérmet?

14. Hány olyan ötjegyű szám van, amiben minden számjegy különböző?

15. 10-féle sütemény van az asztalon. Négy darab különböző süteményt szeretnénk enni. Hányféleképpen lehetséges ez?

16. Egy iskolai rendezvényen 150 tombolajegyet adnak el. Ezek tulajdonosai között 10 különböző nyereményt sorsolnak ki. Hányféleképp történhet ez?

17. Egy 36 fős osztályban egy könyvet, egy társasjátékot, egy labdát, egy töltőtollat és egy ceruzát sorsolnak ki azzal a feltétellel, hogy minden tanuló csak egy tárgyat kaphat. Hányféleképp végződhet a sorsolás?

18. Nyolcféle fagylaltból három különböző ízűt választunk egy tölcsérbe. Hányféleképp történhet ez?

Ismétléses variáció

19. Az étteremben 5-féle főétel közül választhatunk, bármelyikből nagy mennyiség áll rendelkezésre. Egy 8 főből álló társaság hányféleképpen választhat belőlük egy-egy ételt, ha elvileg minden ételt mindenki szívesen elfogyaszt?

20. Hányféleképpen lehet kitölteni egy 13+1-es totószelvényt?

21. Hány ötjegyű szám van?

22. Hány ötjegyű szám készíthető a 0, 1, 2 számjegyek felhasználásával?

23. Tizenöt tanuló között hányféleképpen lehet kiosztani öt különböző tárgyat, ha egy tanuló több tárgyat is kaphat?

24. Tízféle fagylaltból választunk 4 gombócot egy tölcsérbe, egy féléből többet is választhatunk. Hányféleképp alakulhat a tölcsér tartalma?

25. 1990 előtt két betű – négy szám típusú rendszámuk volt a gépjárműveknek. Hányféle rendszám volt létrehozható, ha a magyar ábécé 26 egyjegyű betűjét és bármilyen számjegyet használhatunk fel?

26. Hányféle három betű – három szám típusú rendszámot lehet létrehozni?

27. Tíz fő futóversenyen vesz részt. Hányféleképpen oszthatják ki az első három helyezettnek járó egyforma oklevelet?

28. Egy 30 fős osztályból hányféleképpen lehet kiválasztani két diákönkormányzati képviselőt?

29. Hányféleképpen lehet kitölteni egy ötös lottószelvényt?

30. Egy 32 lapos magyar kártyából 6 lapot húzunk. Hányféleképpen lehetséges ez?

31. Háromféle gyümölcsből szeretnénk 1-1 kg-ot vásárolni a piacon, ahol a gyümölcsök közül almát, körtét, sárgadinnyét, szilvát és őszibarackot árulnak. Hányféleképp végződhet a vásárlás?

32. Húsz ismerősünk közül tízet szeretnénk buliba hívni. Hányféleképp tehetjük ezt meg?

33. Egy 36 fős osztályból három diákot választunk, akik szerepelnek egy iskolai ünnepségen. Hányféleképp történhet a válogatás?

34. 12-féle fagylaltból 5 különböző ízű gombócot választunk egy fagylaltkehelybe. A gombócok elhelyezkedése a kehelyben közömbös számunkra. Hányféleképp történhet ez?

35. Egy szálláson 2 db 5 ágyas, 1db 4 ágyas és 1 db 3 ágyas szobában száll meg 17 diák. Hányféleképpen helyezkedhetnek el a szobákban, ha egy szobában levő férőhelyek között nem teszünk különbséget?

II. VALÓSZÍNŰSÉGSZÁMÍTÁS

36. Mennyi a valószínűsége, hogy egy szabályos dobókockával dobott szám
    a) legalább 5?
    b) prím?
    c) páros prím?
    d) legfeljebb 4?
    e) legalább 6?
37. Mennyi a valószínűsége, hogy két szabályos dobókockával dobva a dobott pontok összege
    a) 10?
    b) legalább 10?
    c) legfeljebb 4?
    d) 4-nél kevesebb?
38. A 32 lapos magyar kártyából 4 lapot húzunk. Mennyi a valószínűsége, hogy
    a) nincs köztük ász?
    b) van köztük ász?
    c) nincs köztük a piros ász?
    d) köztük van a piros ász?
39. Öt diák (A, B, C, D, E) egy találkozót beszél meg egy helyen. Ha feltételezzük, hogy nem érkezhet egy időben több ember, mennyi a valószínűsége, hogy
    a) nevük abc-rendjében érkeznek?
    b) elsőnek C érkezik?
    c) B után C érkezik?

III. HATVÁNY, GYÖK, LOGARITMUS

Törtkitevőjű hatvány

40. Tankönyv

Exponenciális függvények

41. Ábrázold és jellemezd a következő függvényeket!

a) $f(x)=2^x$;

b) $f(x)=3^x$;

c) $f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x$;

d) $f(x)=\left(\frac{1}{3}\right)^x$

Exponenciális egyenletek

1. típus:Ha rendezhető úgy az egyenlet, hogy mindkét oldalon egy-egy tag legyen.

42. Oldd meg a következő exponenciális egyenleteket!

a) $3^x=9$;

b) $2^x=32$;

c) $10^x=1000$

d) $4^x=16$;

e) $10^x=0{,}001$;

f) $3^x=\frac{1}{9}$;

g) $25^x=1$;

h) $\left(\frac{1}{2}\right)^x=\frac{1}{8}$;

i) $\left(\frac{1}{2}\right)^x=1$;

j) $\left(\frac{1}{3}\right)^x=3$;

k) $\left(\frac{1}{2}\right)^x=4$;

l) $2^x=\sqrt{2}$;

m) $5^x=\sqrt[3]{5}$;

n) $5^x=5\cdot\sqrt[3]{5}$;

o) $2^x=\frac{\sqrt{2}}{4}$;

p) $7^x=\frac{1}{\sqrt{7}}$;

q) $2^{x+1}=16$;

r) $6^{x-3}=36$;

s) $\left(\frac{1}{3}\right)^{7-x}=\frac{1}{27}$;

t) $10^{6x-4}=10\,000$;

u) $4^{2-5x}-1=0$;

v) $5^{2-3x}-24=1$

w) $7^x=0$

Exponenciális egyenletek

2. típus: Ha nem rendezhető úgy az egyenlet, hogy mindkét oldalon csak egy-egy tag legyen.

43. Oldd meg a következő exponenciális egyenleteket!

a) $4^x+4^{x+1}=320$;

b) $2^x+2^{x-3}=18$;

c) $3^x-3^{x-2}=24$;

d) $3^x+3^{x+1}+3^{x+2}+3^{x+3}=\frac{40}{3}$

e) $2\cdot3^{x+1}-4\cdot3^{x-2}=450$;

f) $10\cdot2^x-4^x=16$;

g) $9^x-6\cdot3^x=27$;

h) $2^x-0{,}5^x=3{,}75$;

i) $9^{x+1}-4\cdot3^x-69=0$;

j) $3^{4-x}+3^{x-1}=12$;

Exponenciális egyenletrendszerek

44. Tankönyv

Logaritmus

45. Tankönyv 97. old. 1. a)–f); 2. a)–b)

Logaritmusfüggvények

46. Ábrázold és jellemezd a következő függvényeket!

   a) $f(x)=\log_2 x$;

   b) $f(x)=\log_3 x$;

   c) $f(x)=\log_{\frac{1}{2}} x$;

   d) $f(x)=\log_{\frac{1}{3}} x$

A logaritmus azonosságai

47. Tankönyv

Logaritmikus egyenletek

48. Lásd tankönyv

Logaritmikus egyenletrendszerek

49. Lásd tankönyv

IV. TRIGONOMETRIA

Skaláris szorzat

Szinusztétel

50. Egy háromszög két szöge 40°-os és 65°-os. A 40°-os szöggel szemközti oldal 8 cm. Számold ki a másik két oldalt!
51. Egy háromszög két oldala 5 cm és 7,3 cm. A 7,3 cm-es oldallal szemközti szög 34°-os. Mekkora a másik két szöge?
52. Egy háromszög két szöge 32° és 55°. A 32°-os szöggel szemben levő oldal 10 cm. Mekkora a többi oldal?
53. Egy háromszög egyik oldala 2 cm-rel nagyobb, mint a másik. E két oldallal szemközti szögek 46° és 77,3°. Mekkorák az oldalak?
54. Egy háromszög egyik oldala 1 cm-rel nagyobb, mint a másik. E két oldallal szemközti szögek 78,5° és 40°12'. Mekkorák az oldalak?
55. Egy háromszög két oldala 13 cm és 15 cm. A 15 cm-rel szemközti szöge 91°25'. Mekkora többi szög és oldal?

Koszinusztétel

56. Egy háromszög két oldala 10 m és 8 m. Közbezárt szögük 75°-os. Számítsd ki a harmadik oldalt!
57. Egy háromszög oldalai 4 cm, 6 cm és 7 cm. Mekkora a 7 cm-es oldallal szemközti szöge? Számítsd ki a többi szögét is!
58. Egy háromszög két oldala 7 cm és 9 cm, bezárt szögük 93°-os. Mekkora a harmadik oldal? Mekkora a másik két szög?
59. Egy paralelogramma átlói 10 és 17 cm-esek. Bezárt szögük 100°45'. Mekkorák a paralelogramma oldalai?
60. Egy háromszög oldalai 4 cm, 7 cm és 10 cm. Mekkora a legnagyobb szöge? Szögei szerint milyen típusú háromszög?
61. Egy paralelogramma átlói 3 m és 5 m-esek. A paralelogramma egyik oldala 2,2 m-es. Mekkora szöget zárnak be az átlók?
62. Egy paralelogramma két oldala 4,25 cm és 11,5 cm hosszú. Az egyik átlója 9 cm-es. Mekkorák a paralelogramma átlói?

Trigonometrikus egyenletek

63. Oldjuk meg a következő egyenleteket (fokban és radiánban is):

a) $\sin x = 0{,}5$
b) $\sin x = -0{,}9$
c) $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$
d) $\sin x = 1$
e) $\sin x = 0$
f) $\sin x = -1$
g) $\sin x = 2$
h) $\cos x = 0{,}5$
i) $\cos x = -0{,}6$
j) $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$
k) $\cos x = 1$
l) $\cos x = 0$
m) $\cos x = -1$
n) $\cos x = -1{,}5$
o) $\mathrm{tg}\, x = 0{,}7$
p) $\mathrm{tg}\, x = -2{,}5$
q) $\mathrm{tg}\, x = \frac{\sqrt{3}}{3}$
r) $\mathrm{tg}\, x = 1$
s) $\mathrm{tg}\, x = 0$
t) $\mathrm{tg}\, x = -1$
u) $\mathrm{tg}\, x = -5$
v) $\mathrm{ctg}\, x = 1{,}9$
w) $\mathrm{ctg}\, x = -7{,}1$
x) $\mathrm{ctg}\, x = \frac{\sqrt{3}}{3}$
y) $\mathrm{ctg}\, x = 1$
z) $\mathrm{ctg}\, x = 0$
aa) $\mathrm{ctg}\, x = -1$
bb) $\mathrm{ctg}\, x = -3$

64. $2\sin^2 x - \sin x - 1 = 0$; $2\cos^2 x - 9\cos x - 5 = 0$; $\mathrm{tg}^2 x - 5\mathrm{tg} x + 6 = 0$
$2\sin^2 x + \cos^2 x - 1 = 0$; $3\sin^2 x - \cos^2 x = 3$; $3\cos^2 x - \sin^2 x = 2$

V. KOORDINÁTAGEOMETRIA

Javasolt megoldani a tankönyv kidolgozott példáit is! Ezek a példák a könyvben sárga téglalapba írva találhatók.

Pontok, vektorok, szakaszok, egyenesek

65. Adott az A(3; 2) és B(–4; –2) pont.
a) Add meg a $\overrightarrow{AB}$ vektort koordinátáival!
b) Add meg az AB szakasz felezőpontját koordinátáival!
c) Add meg az AB szakasz hosszát!
d) Add meg a C pontot koordinátáival úgy, hogy az AC szakasz felezőpontja B pont legyen.

66. Adott az A(–1; 3) és B(5; –3) pont.
a) Add meg a $\overrightarrow{BA}$ vektort koordinátáival!
b) Add meg az AB szakasz hosszát!
c) Add meg a C pontot koordinátáival úgy, hogy az BC szakasz felezőpontja A pont legyen.

67. Egy háromszög csúcsai A(3; 4), B(–5; 3), C(2; –1).
a) Számold ki az $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ és $\overrightarrow{CA}$ vektorok koordinátáit!
b) Számold ki az oldalak felezőpontjainak koordinátáit!
c) Számold ki az *AB* oldal harmadolópontjainak koordinátáit!
d) Számold ki az oldalak hosszát!
e) Írd fel az oldalak felezőmerőlegesének egyenletét!
f) Számold ki a felezőmerőlegesek metszéspontját! A háromszög melyik nevezetes pontja ez?
g) Írd fel a háromszög *A* csúcsán átmenő magasságának egyenletét!
h) Írd fel a háromszög oldalainak egyenletét!
i) Számold ki az BC oldal és a BC oldalhoz tartozó magasság metszéspontjának koordinátáit!

68. Adott az ABC háromszög. Csúcsai: A(5; 1), B(–2; 2), C(0; –3).
a) Add meg a B csúcsból induló magasságvonal egyenletét! (Jelöld m_b-vel!)
b) Add meg az AC oldal egyenletét! (Jelöld b-vel!)
c) Számold ki és add meg m_b és b metszéspontjának koordinátáit!

69. Adott az ABC háromszög. Csúcsai: A(–3; –1), B(4; 1), C(3; –2).
a) Add meg a C csúcsból induló magasságvonal egyenletét! (Jelöld m_c-vel!)
b) Add meg az AB oldal egyenletét! (Jelöld c-vel!)
c) Számold ki és add meg m_c és c metszéspontjának koordinátáit!

70. Ábrázold koordináta-rendszerben, majd írd fel annak a körnek az egyenletét, aminek középpontja (C) és sugara (r) a következők!

a) C(4; 5), r = 3;
b) C(5; –7), r= 4;
c) C(–2; –3), r= 1;
d) C(2; 0), r= 10;
e) C(0; –1), r= 1;
f) C(0; 0), r= 2

71. Határozzuk meg a következő egyenletekkel felírt körök középpontjának koordinátáit és sugarát! Ábrázoljuk a köröket!

a) $(x-6)^2+(y-4)^2=25$;
b) $(x-2)^2+(y-1{,}5)^2=100$
c) $(x-8)^2+(y+1)^2=1$;
d) $(x+4)^2+(y-4)^2=4$;
e) $(x+1)^2+(y+2)^2=36$;
f) $x^2+(y+7)^2=64$;
g) $x^2+y^2=9$

Kör és egyenes kölcsönös helyzete

72. Adott az $(x+4)^2+(y-2)^2=25$ egyenletű kör.

a) Add meg koordinátáival a kör középpontját és sugarát!
b) Ábrázold a kört derékszögű koordináta-rendszerben!
c) Számold ki a körnek az x–y=–5 egyenletű egyenessel alkotott közös pontjait!

73. Adott az $(x-3)^2+(y+1)^2=16$ egyenletű kör.

a) Add meg koordinátáival a kör középpontját és sugarát!
b) Ábrázold a kört derékszögű koordináta-rendszerben!
c) Számold ki a körnek az y=x–2 egyenletű egyenessel alkotott közös pontjait!

12. osztály

SZÁMSOROZATOK

SZÁMTANI SOROZATOK

1. Egy számtani sorozat első tagja 7, a differenciája -4. Mennyi a sorozat 100. eleme?
2. Egy számtani sorozat első tagja -1, a differenciája 7,5. Mennyi az első 100 tag összege?
3. Egy számtani sorozat első eleme -4, a differenciája 5. Állapítsuk meg a sorozat 20. tagját, és az első 20 tag összegét!
4. Egy számtani sorozat tizedik tagja 56, a 15. tagja 101. Mekkora a sorozat 2. tagja?
5. Egy számtani sorozat 5. tagja 25, 12. tagja pedig 95. Mennyi a sorozat első 15 tagjának összege?
6. Egy számtani sorozat hetedik tagja -6, a 10. tagja -27. Mennyi az első 10 tag összege?
7. Egy számtani sorozat negyedik tagja 4, tizenhatodik tagja 24. Tagja-e ennek a sorozatnak a 8?
8. Egy számtani sorozat első tagja 2, huszonkettedik tagja 14. Hányadik tagja e sorozatnak a 6?
9. Egy számtani sorozat harmadik tagja 50; a sorozat tizedik tagja 10-zel kisebb a nyolcadik tagjánál. Határozza meg a sorozat első tagját!
10. Egy számtani sorozat 5., 6. és 7. elemének összege 72, a 10., 11. és 12. elemének összege 87. Határozza meg a sorozat első tagját!
11. Egy számtani sorozat első három tagjának összege 12, a harmadik, negyedik és ötödik tag összege 30. Melyik ez a sorozat?
12. Egy számtani sorozat második és nyolcadik tagjának összege 2, a kilencedik és harmadik tagjának különbsége 24. Melyik ez a sorozat?
13. Egy számtani sorozat első három tagjának összege 30-cal kisebb, mint a következő három tag összege. Az első hat tag összege 60. Melyik ez a sorozat?
14. Számítsa ki a kétjegyű páros számok összegét!
15. Számítsa ki a kétjegyű páratlan számok összegét!
16. Egy számtani sorozat első tagja 100, a hatodik tagja pedig egyenlő a differenciával. Határozza meg a 2. tagot!
17. Melyik az a számtani sorozat, melyben az első tag *n,* a differencia 3, és az első n tag összege 235? Határozza meg *n* értékét!
18. Az $\{a_n\}$ számtani sorozatban a_1=–11, a_k=16. Mennyi a *k*, ha az első *k* tag összege 25?
19. Egy 15 soros moziterem 4. sorában 12-en férnek el. Minden sorban 3-mal többen, mint az előtte levőben. Hányan férnek el a moziban?
20. Egy érdekes könyvből első nap 8 oldalt olvasunk el, majd minden további napon 1,5 oldallal többet. Hány nap alatt olvassuk ki a 270 oldalas könyvet?
21. Egy 2 m hosszú sálat akarunk kötni. Ha az első napon 18 cm-t, majd minden nap az előző napinál 4 cm-rel hosszabb darabot kötünk, akkor hány nap alatt készül el a sál?
22. Egy számtani sorozat első 5 tagjának összege 65, a következő 5 tag összege 215. Határozza meg a sorozat első tagját és különbségét!
23. Egy dolgozó 28 éves korában 78 000 Ft-ot keres. Minden évben kap 4000 Ft-os fizetésemelést. Mennyit fog keresni 40 éves korában?
24. Egy könyvszekrény legfelső polcán 35 könyv van. Minden további polcon 4-gyel több, mint az felette levőn. Hány könyv van ebben a 8 polcos szekrényben?

25. Egy 500 000 Ft összdíjazású versenyen az első 10 helyezettet jutalmazzák. András, aki a 6. helyen végzett, 48 000 Ft-ot kapott. A jutalmak egy számtani sorzatot alkotnak. Hány Ft-ot kapott az első helyezett?

26. Egy biciklis 735 km-t szeretne megtenni. A 10. napon 45 km-t tesz meg, továbbá tudjuk, hogy minden nap 2 km-rel kevesebbet, mint az előzőben. Hány km-t tesz meg az utolsó napon?

27. Egy színházi nézőtéren 30 sor van. Minden sorban kettővel többen férnek el, mint az előzőben. Hány ember fér el a nézőtéren, ha 15. sorban 50 férőhely van?

28. Egy színházi nézőtéren 560-an férnek el. A 10. sorban 45-en, és minden sorban 2-vel többen, mint az előtte levőben. Hány sor van a színházban?

29. 2-nek hányadik hatványa a 2 első tíz pozitív egész kitevőjű hatványának a szorzata?

30. Hány jegyű szám a 10 első 50 pozitív egész kitevőjű hatványának a szorzata?

31. Egy derékszögű háromszög oldalai egy 2 differenciájú számtani sorozatot alkotnak. Mekkorák a háromszög szögei?

32. Hány oldalú az a sokszög, melynek a szögei egy számtani sorozat egymást követő elemei, melynek első tagja 100°, differenciája pedig 10°?

33. Egy háromszög oldalhosszúságai egy számtani sorozat egymást követő tagjai. A háromszög kerülete 27 cm, legrövidebb és leghosszabb oldalának szorzata 65 cm^2. Mekkora a háromszög területe?

34. Egy téglatest térfogata 840 cm^3, az egy csúcsban összefutó élek hosszúságainak összege 30 cm. Az élhosszúságok egy számtani sorozat egymást követő tagjai. Mekkora e téglatest felszíne?

MÉRTANI SOROZATOK

Egyszerű mértani sorozatos feladatok

a) Egy mértani sorozat első tagja 7, a hányadosa -3. Mennyi az sorozat 7. eleme?

b) Egy mértani sorozat első tagja -1, a hányadosa 2,5. Mennyi az első 10 tag összege?

c) Egy mértani sorozat hatodik tagja 100, a 8. tagja 400. Mekkora a sorzat 2. tagja?

d) Egy mértani sorozat harmadik tagja 80, a negyedik tagja -120. Mennyi az első 10 tag összege?

35. Van-e olyan mértani sorozat, melyben

a) az első tag negatív, a hetedik tag pozitív;
b) az első tag negatív, a hetedik tag 0;
c) az első tag pozitív, a huszadik tag negatív?
d) a hetedik tag negatív, és a huszadik tag 0;
e) a hetedik tag is és a huszadik tag is negatív;

A válaszokat indokolja!

36. Határozza meg az $\{a_n\}=\{81/3^n\}$ sorozat első öt tagját és kvóciensét!

37. Egy mértani sorozat 13. tagja11 664, a 8. tagja pedig 1536. Határozza meg a sorozat hányadosát!

38. Egy mértani sorozat 4. tagja 5, 14. tagja 5120. Határozza meg a sorozat 6. tagját!

39. Egy mértani sorozat harmadik tagja 6, hetedik tagja 54. Határozza meg az első tagot és a kvócienst, valamint az első 10 tag összegét!

40. Egy mértani sorozat első tagja 8, az első három tag összege 78. Mennyi az első hat tag összege?

41. Egy mértani sorozat első és harmadik tagjának összege 25, a második és negyedik tag összege 50. Melyik ez a sorozat?

42. Melyik az a mértani sorozat, melyben az első és második tag összege 12, a harmadik és negyedik tag összege 4/3?

43. Egy mértani sorozat első három tagjának össege 112, a következő három tag összege pedig 14. Melyik ez a sorozat?

44. Egy mértani sorozat első négy tagjának összege 15, a második, harmadik, negyedik és ötödik tag összege pedig 30. Melyik ez a sorozat?

45. Egy mértani sorozat első és harmadik tagjának összege 12,5, az első és második tag különbsége 5. Melyik ez a sorozat? Mennyi az első 20 tag összege?

46. Melyik ez a mértani sorozat, melyben az első három tagnak az összege 63, és a szorzata 2025?

47. Egy mértani sorozat első három tagjának összege 105, az első és harmadik tag szorzata 400. Melyik ez a sorozat?

48. Egy mértani sorozat első három tagjának összege 28. Ha a második tagot megszorozzuk az első és harmadik tag összegével, 160-at kapunk. Melyik ez a sorozat?

49. Egy derékszögű háromszög oldalainak a hossza egy mértani sorozat első három tagja. Határozza meg a háromszög szögei!

50. Egy mértani sorozat első három tagja a-b, a^2-b^2 és a^3-b^3, ahol a és b két különböző szám. Bizonyítsa be, hogy a és b közül legalább az egyik 0-val egyenlő!

SZÁMTANI–MÉRTANI SOROZATOS VEGYES FELADATOK

51. Egy számtani sorozat első öt tagjának összege 25. Az első, második és ötödik tag egy mértani sorozat egymást követő tagjai. Melyik ez a számtani sorozat?

52. Egy számtani sorozat első három tagjának összege 24. Haaz első taghoz 1-et, a második taghoz 2-t, a harmadikhoz 35-öt adunk, egy mértani sorozat szomszédos tagjait kapjuk. Határozza meg a számtani sorozatot!

53. Öt szám közül az első három egy mértani, a négy utolsó pedig egy számtani sorozat egymást követő tagjai. A négy utolsó szám összege 20, a második és ötödik szám szorzata 16. Melyik ez az öt szám?

54. Egy mértani sorozat első három tagjának összege 26. Haaz első taghoz 1-et, a másodikhoz 6-ot, a harmadikhoz 3-at adunk, egy számtani sorozat egymást követő tagjaihoz jutunk. Határozza meg a mértani sorozatot!

55. Egy mértani sorozat első három tagjának összege 35. Ha a harmadik számot öttel csökkentjük, egy számtani sorozat első három tagjához jutunk. Határozza meg a mértani sorozatot!

56. Négy, adott sorrendben felírt számról a következőket tudjuk:

    a) a két szélső szám összege 14;
    b) a két középső szám összege 12;
    c) az első három szám egy mértani sorozat három, egymást követő tagja;
    d) az utolsó három szám egy számtani sorozat három, egymást követő tagja.

    Melyik ez a négy szám?

57. Egy mértani sorozat első három tagjának szorzata 216. Ha a harmadik számot 3-mal csökkentjük, egy számtani sorozat első három tagját kapjuk. Határozza meg a mértani sorozatot!

58. Egy számtani sorozat első négy tagjához rendre 5-öt, 6-ot, 9-et és 15-öt adva egy mértani sorozat egymást követő tagjait kapjuk. Határozza meg a mértani sorozat hányadosát!

BANKI SZÁMÍTÁSOK, KAMATOS KAMAT, ÉS EGYÉB SZÖVEGES FELADATOK

59. Bankba helyezünk 50 000 Ft-ot évi 6,5 %-os kamatos kamatra. Mennyi pénzünk lesz 5 év múlva, ha közben a kamat nem változik, mi pedig nem nyúlunk a pénzhez?

60. Egy érdekes könyvből első nap 16 oldalt olvasunk el, majd minden további napon 1,5-szer annyit, mint az előző nap. Hány oldalas a könyv, ha 5 nap alatt elolvassuk?

61. Egy dolgozónak minden évben 4 %-kal emelik a fizetését. Mennyit kereshetett pályakezdőként, ha 10 éves munkaviszony után 180 000 Ft a fizetése?

62. Egy baktériumtenyészetben minden nap megduplázódik a baktériumok száma. Kezdetben volt 1 baktérium. Hány nap múlva lesz 256 baktérium a tenyészetben?

63. Mennyi pénzt helyezzünk el a bankban évi 7,2 %-os kamatos kamatra, ha 4 év múlva 70 000 Ft.ot szeretnénk felvenni?

64. Egy dolgozó minden évben 5 %-os fizetésemelést kap. 3 éves munkaviszony után a keresete 140 000 Ft volt. Mennyit keresett ennél a cégnél az 5 éves munakviszonya alatt? (Havonta kap fizetést!)

65. Egy nyúlékony zsinórra felfüggesztünk egy súlyt. A zsinór nyúlása az első öt órában minden eltelt órában másfélszeresére nő. Kezdetben 60 cm hosszú volt. Egész órában kifejezve mennyi idő elteltével lesz legalább 2 méter hosszú?

66. Egy cég termelése havonta 2%-kal növekszik. Két év elteltével a termelés hányszorosa lesz a kezdeti (első havi) termelésnek?

67. Egy erdő faállománya 3500 m^3. A mindenkori állomány évenként 3%-kal gyarapszik, és kétévenként a meglevő állomány 2%-át kivágják. Mennyi fa lesz az erdőben 20 év múlva?

68. Egy országban ma a lakosság 15 millió, 100 évvel ezelőtt 10 millió volt. Hány %-os az évi átlagos népszaporulat?

69. Egy szigeten élő rágcsálópopuláció 4 havonként az aktuális létszám 10%-ával gyarapszik. Hány évvel ezelőtt voltak 20-an, ha jelenleg a csapdázások alapján végzett számítások szerint mintegy 1100 egyed él a szigeten?

70. Egy gépsor értéke új korában 17 millió forint volt. Évenként 12%-os értékcsökkenéssel számolva mikor kerül a gépsor értéke 8 millió forint alá?

TÉRGEOMETRIA

Kocka, téglatest

1. Ha valamely kockának az éleit 4 cm-rel növeljük, a felszíne 480 cm^2-rel nő. Mekkora a kocka térfogata?
2. Egy kocka két szomszédos lapközéppontjának távolsága 8 cm. Mekkora a kocka éle?
3. Egy kocka testátlójának hossza 3,84 dm. Mekkora a kocka éle?
4. Egy téglatest lapátlóinak hossza 4 cm, 5 cm, 6 cm. Mekkorák a téglatest élei?
5. Egy téglatest különböző oldallapjainak területe 15 cm^2, 33 cm^2, 67 cm^2. Mekkora a térfogata?
6. Ha egy téglatest egyik élét 6 cm-rel, a másikat 4 cm-rel meghosszabbítjuk, egy olyan kockát kapunk, melynek térfogata 2059,2 cm^3-rel nagyobb az eredeti téglatest térfogatánál. Mekkora a kocka éle?
7. Egy téglatest térfogata 7500 cm^3, egyik csúcsában összefutó élek aránya 3:4:5. Mekkora a felszíne?
8. Egy téglatest oldallapjainak területe rendre 40 cm^2, 60 cm^2, és 96 cm^2. Mekkora a térfogata?
9. Egy téglatest egy csúcsba futó éleinek aránya 2:3:4, felszíne 1400 cm^2. Mekkora a térfogata?
10. Egy téglatest testátlójának hossza 7 cm, felszíne 72 cm^2. Mekkora éleinek összege?
11. Egy téglatest testátlója 7 cm, az alaplap területe 6 cm^2, kerülete 10 cm. Mekkorák az élei?
12. Egy téglatest oldallapjain a lapátlók rendre 5 cm, $\sqrt{34}$ cm, $\sqrt{41}$ cm. Mekkorák a téglatest élei? Mekkora a testátlója?
13. Egy téglatest A csúcsából induló három élének hossza 12 cm, 6 cm és 8 cm. Mekkora A távolsága a téglatest többi csúcsától?
14. Egy téglatest térfogata 36 cm^3, testátlójának hossza 7 cm, egyik élének hossza 6 cm. Mekkora a téglatest többi éle?
15. Egy téglatest éleinek aránya 8:9:12, testátlója 187 cm. Mekkora a felszíne, térfogata?
16. Egy 12 cm élű kocka minden csúcsánál kivágunk a kockából egy 4 cm élhosszúságú kisebb kockát. Hányadrésze a megmaradt test felszíne és térfogata az eredeti kocka felszínének, illetve térfogatának? Mekkora távolságra vannak egymástól ennek a testnek két legtávolabbi csúcsa?

Hasáb

17. Egy négyzet alapú egyenes hasáb térfogata 19,845 dm^3, alapjának kerülete 84 cm. Mekkora a felszíne?
18. Egy háromoldalú egyenes hasáb (azaz háromszög alapú hasáb) minden éle 10 cm. Mekkora a felszíne, térfogata?
19. Egy háromoldalú egyenes hasáb minden éle egyenlő, térfogata 184 cm^3. Mekkorák az élei?
20. Egy egyenes hasáb alapja szimmetrikus trapéz, melynek alapjai 21 cm és 16 cm, szárai 9 cm hosszúak. Mekkora a hasáb felszíne és térfogata, ha a magassága 10 cm?

Gúla

21. Egy 12 cm élhosszúságú kocka minden csúcsánál levágunk a kockából egy háromoldalú gúlát (tetraédert), melynek oldalélei a kockaélek 4 cm hosszú darabjai. Mekkora a megmaradt test térfogata és felszíne?
22. Egy szabályos hatoldalú gúla alapéle 9 cm, magassága 15 cm. Mekkora a felszíne és térfogata?
23. Egy szabályos hatoldalú gúla alapéle 9 cm, oldallapjai az alap síkjával 45°-os szöget zárnak be. Mekkora a gúla felszíne és térfogata?
24. Egy szabályos négyoldalú (azaz négyzet alapú) gúla alapéle 12 cm, az oldallapok az alaplappal 60°-os szöge zárnak be. Mekkora a gúla felszíne és térfogata?
25. Egy szabályos négyoldalú gúla alapéle 40 cm, magassága 21 cm. Mekkora a gúla felszíne és térfogata? Mekkorák az oldalélei?
26. Egy szabályos négyoldalú gúla alapéle 14 cm, az oldalélek hossza 20 cm. Mekkora a gúla felszíne és térfogata?
27. Egy szabályos hatoldalú gúla alapéle 7 cm, magassága 12 cm. Mekkora a felszíne és a térfogata?
28. Egy szabályos hatoldalú gúla alapéle 6 cm, oldalélei 12 cm hosszúságúak. Mekkora szöget zárnak be az oldallapok az alaplappal és egymással?
29. Szabályos négyoldalú gúla oldallapjai szabályos háromszögek, térfogata 408 cm^3. Mekkora az alapéle?
30. Egy szabályos négyoldalú gúla alapélei 9 cm-esek, oldallapjai 46°-os szöget zárnak be az alaplap síkjával. Mekkora a gúla felszíne és térfogata?
31. Egy ötoldalú szabályos gúla minden éle egyenlő. Mekkora az élhossza, ha térfogata 243 m^3?
32. Egy szabályos tetraéder térfogata 100 cm^3. Mekkorák az élei?
33. Egy szabályos tetraéder felszíne 120 cm^2. Mekkorák az élei és a térfogata?
34. Egy szabályos tetraéder egyik lapjának a területe 17 cm^2. Mekkora a térfogata?
35. Egy tetraéder egyik csúcsába futó élek páronként merőlegesek egymásra, hosszuk 12 cm, 18 cm és 32 cm. Számítsa ki a tetraéder felszínét és térfogatát!
36. Szabályos nyolcoldalú gúla alapéle 8 cm. Az oldalélek az alaplap síkjával 46°-os szöget zárnak be. Mekkora a gúla felszíne és térfogata?
37. Egy szabályos négyoldalú gúla térfogata 49,8 m^3, magassága feleakkora, mint az alaplap átlója. Mekkora a felszíne?
38. Egy szabályos négyoldalú gúla alapéle 20 cm, magassága 18 cm. Mekkora szöget zárnak be az oldallapok az alaplap síkjával? Mekkora a gúla térfogata?
39. Mekkora szöget zár be a szabályos tetraéder két lapja?
40. Szabályos hatoldalú gúla alapéle 4,5 cm, oldallapjainak magassága 9 cm. Mekkora a térfogata?
41. Egy téglalap alapú gúla ötödik csúcsa a téglalap egyik csúcsában az alaplapra állított merőlegesen van. A téglalap oldalai 6 cm és 9 cm, a gúla magassága 12 cm. Mekkorák a gúla oldalélei és a térfogata?

Csonkagúla

42. Egy négyzet alapú szabályos csonkagúla felszíne 2873 cm^2. Az alapél 32 cm, a fedőél 9 cm. Számítsa ki a térfogatát!
43. Négyzetalapú egyenes csonkagúla alapéla 12 cm, fedőéle 8 cm, magassága 10 cm. Számítsa ki a felszínét és a térfogatát!
44. Egy vízlevezető árok keresztmetszete olyan szimmetrikus trapéz, melynek rövidebbik alapja és szárai 1 méteresek, a száraik ezzel az alappal 120°-os szöget zárnak be. Mennyi víz fér az árok 100 m hosszú szakaszába, ha tele van vízzel?
45. Egy vízlevezető árok keresztmetszete olyan téglalap, melynek alapja 1 m, magassága 0,5 m. Mennyi víz folyik át az árok keresztmetszetén 1 perc alatt, ha tele van vízzel, és a víz folyási sebessége 1,2 m/s?
46. Egy vízgyűjtő medence lefelé keskenyedő csonkagúla alakú. Felső lapja 14 m, alsó 10 m oldalú négyzet, mélysége 6 m. Mennyi víz fér bele? Mennyi víz van benne, ha csak fele magasságig van töltve?
47. Négyzetalapú egyenes csonkagúla alapéle 7 cm, fedőéle 4 cm, oldalélei 10 cm hosszúságúak. Mekkora a csonkagúla térfogata és felszíne?
48. Egy csonkagúla alaplapja négyzet, oldallapjai vele egyenlő területű szimmetrikus trapézok, fedőlapja feleakkora területű, mint az alaplap. Mekkora a csonkagúla térfogata, ha alapéle 10 cm?

Henger

49. Egy 6 cm és 8,5 cm oldalú téglalapot megforgatunk egyszer az egyik, majd a másik oldala körül. Mekkora az így keletkezett hengerek felszíne és térfogata?
50. Egy egyenes körhenger alaplapjának területe 34 cm^2, magassága 48 cm. Mekkora a felszíne és a térfogata?
51. Egy egyenes körhenger felszíne 6418 cm^2, az alaplap sugarának és a henger magasságának az aránya 4:5. Mekkora az alaplap sugara és a test magassága?
52. Egy egyenes körhenger alapkörének átmérője és a magassága egyenlő. Mekkora a felszíne és térfogata, ha a sugara 8 cm?
53. Egy egyenes körhenger alapkörének átmérője és a magassága egyenlő, térfogata 865 cm^3. Számítsa ki a felszínét!
54. Egy egyenes körhenger alapkörének sugara 10 cm, térfogata 1000 cm^3. Mekkora a magassága?
55. Henger alakú, felül nyitott edény készítéséhez 480 cm^2 lemezt használnak fel. Mekkora az edény térfogata, ha alapkörének sugara 6 cm?
56. Egy egyenes körhenger alapkörének átmérője és a magassága egyenlő. Felszíne 597 cm^2. Mekkora a térfogata?
57. Egy 6,9 cm oldalú négyzetet megforgatunk egyik oldala körül. Mekkora az így keletkezett forgáshenger felszíne és térfogata?
58. Egy egyenes körhenger felszíne 4532,6 cm^2, tengelymetszetének területe 969,5 cm^2. Mekkora a térfogata?
59. Egy egyenes körhenger palástja kiterítve négyzet, melynek oldala 42 cm. Mekkora a henger térfogata?
60. Egy téglalap oldalai 13 cm és 7 cm. A téglalapot megforgatjuk először a hosszabbik, majd a rövidebbik középvonala körül. Melyik esetben kapunk nagyobb térfogatú forgáshengert?
61. Egy egyenes körhenger alapkörének sugara 8 cm, magassága 12 cm. A tengelytől 4 cm-re levő, vele párhuzamos síkkal elmetsszük a hengert. Mekkora a lemetszett darab felszíne, térfogata?
62. Egy henger alakú edény belső alapkörének sugara 10 cm. Milyen magasan áll a betöltött 3 liter víz?
63. Egy cső hossza 1,2 m, külső átmérője 1 cm, belső átmérője 0,5 cm. Mekkora a cső anyagának térfogata?

Kúp

64. Mekkora az egyenes körkúp térfogata és felszíne, ha alkotója 10 cm, alapkörének sugara 6 cm?
65. Mekkora annak az egyenes körkúpnak a felszíne és térfogata, mely alapkörének sugara 20 cm, nyílásszöge pedig derékszög?
66. Egy egyenes körkúp alapkörének sugara 8 cm, magassága 16 cm. A kúpba olyan egyenes körhengert írunk, melynek alaplapja a kúp alaplapján áll és sugara 2 cm, fedőköre pedig a kúp palástján van. Mekkora a henger felszíne és térfogata?
67. Egy egyenes körkúp felszíne 1978,11 cm^2, tengelymetszetének területe 209 cm^2. Mekkora a térfogata?
68. Egy egyenes körkúp kiterített palástja 12 cm sugarú félkörlap. Mekkora a kúp felszíne és térfogata?
69. Egy egyenes körkúp kiterített palástja negyedkörlap. Számítsa ki a kúp magasságának és az alapkör sugarának az arányát!
70. Egy egyenes körkúp alapkörének sugara 7,2 cm, nyílásszöge 90°. Mekkora a felszíne és térfogata?
71. Egy egyenes körkúp alapkörének sugara 5 cm. Mekkora a nyílásszöge, ha térfogata 186 cm^3?
72. Egy sátorlapból, melynek területe 9 m^2, egyenes körkúp alakú sátor készíthető. A sátor alapkörének átmérője 2,3 m. Milyen magas a sátor? (A sátor alaplapja is a sátorlapból készül.)
73. Egy egyenes körkúp és körhenger alapköre közös, az alapkör sugara 22,5 cm. A henger és a kúp térfogata egyenlő. Mekkora a kúp felszíne, ha a henger magassága 50 cm?
74. Egy egyenes körkúp kiterített palástja egy 15 cm sugarú kör 120°-os középponti szöggel rendelkező körcikke. Számítsa ki a kúp térfogatát!
75. Egy 74°47’ középponti szögű körcikk területe 1052,9 cm^2. Számítsa ki annak a kúpnak a térfogatát, melynek ez a körcikk a kiterített palástja!
76. Egy 8 cm oldalú négyzetet átlója körül megforgatunk. Mekkora a keletkezett test térfogata és felszíne?
77. Egy egyenes körkúp térfogata 4,37 m^3, az alkotói az alaplappal 67°-is szöget zárnak be. Mekkora a kúp felszíne?
78. Egy trapéz alapjai 16 cm és 6 cm, magassága 7 cm. A trapézt megforgatjuk hosszabbik alapja körül. Mekkora az így keletkezett forgástest térfogata?
79. Egy egyenes körkúp alakú tölcsér alapkörének sugara 12 cm, magassága 18 cm. A tölcsér alsó nyílását befogjuk, és 1 liter vizet töltünk bele. Milyen magasan áll benne a víz?
80. Valamely egyenes körkúp alapjának sugara 15 cm, magassága 45 cm. A csúcstól milyen távolságban kell a kúpot az alappal párhuzamos síkkal elmetszenünk, hogy az alsó rész térfogata 7457,5 cm^3 legyen?

Csonkakúp

81. Egy szimmetrikus trapéz alapjai 18 cm és 12 cm, magassága 5 cm. Megforgatjuk a szimmetriatengelye körül. Számítsa ki az így keletkezett csonkakúp térfogatát!
82. Egy csonkakúp alap-, illetve fedőkörének sugara 18 cm, illetve 10 cm, alkotója 28 cm. Számítsa ki a térfogatát!
83. Egy csonkakúp alap, illetve fedőkörének sugara 10,5, illetve 4,5 cm, a csonkakúpot kiegészítő kúp alkotója 6 cm. Mekkora a csonkakúp felszíne és térfogata?
84. Egy egyenes körkúp alapjának sugara 24 cm, magassága 36 cm. Ebből a kúpból az alaplapjával párhuzamos síkkal egy 12 cm magasságú csonkakúpot vágunk le. Mekkora a csonkakúp térfogata és felszíne?
85. Egy csonkakúp térfogata 544,5 cm^3, magassága 6 cm, az alap- és fedőkör sugarainak különbsége 5 cm. Mekkorák a sugarak?
86. Egy egyenes csonkakúp alapkörének kerülete 51,7 m, fedőköréé 29,8 m, térfogata 350 m^3. Mekkora szöget zárnak be az alkotók az alaplappal?
87. Egy csonkakúp térfogata 2021,6 dm^3, az alapkör sugara 5,7 dm, magassága 32,5 dm. Mekkora a fedőlap sugara?

Gömb

88. Mekkora a gömb sugara és térfogata, ha a felszíne 1978,92 cm^2?
89. Két gömb főköreinek kerülete 1 m-rel különbözik egymástól. Mekkora a két gömb sugarainak különbsége?
90. Mekkora távolságra van az 5 cm sugarú gömb középpontjától 25,8 cm^2 területű síkmetszete?
91. Mekkora területű a 27,9 cm sugarú gömbnek az a síkmetszete, amely az egyik sugár felezőmerőleges-síkjában van?
92. Milyen távolsgára van a 10 cm sugarú gömb középpontjától az a sík, mely a gömbből 5 cm sugarú kört metsz ki?
93. Hány 1 cm sugarú golyót önthetünk egy 10 cm sugarú ólomgolyóból? Hányszorosa lesz a kis golyók felszínének összege az eredeti golyó felszínének?
94. Három ólomgolyó sugara 5 cm, 8 cm és 12 cm. A három golyóból egyetlen golyót öntünk. Mekkora lesz ennek a sugara?
95. Két gömb belülről érinti egymást. A nagyobbik gömbnek a kisebbiken kívüli része 108,909 cm^3 térfogatú, a gömbök középpontjainak távolsága 2 cm. Mekkora a két gömb sugara?
96. Mennyivel kell megnagyobbítani egy 20 cm sugarú gömb sugarát, hogy felszíne 3906,16 cm^2-rel növekedjék?

Egymásba írt testek

97. Egy gömbbe írt kocka felszíne 144 cm^2. Mekkora a gömb felszíne?
98. Mekkora a téglatest köré írt gömb sugara, ha az egy csúcsba összefutó élek hossza 2 cm, 8 cm és 16 cm?
99. Egy téglatest köré írt gömb sugara 7 cm; a téglatest egyik csúcsából kiinduló két él hossza 4 cm és 6 cm. Mekkora a harmadik él hossza?
100. Egy henger alapkörének sugara 5 cm, magassága 24 cm. Mekkora sugarú gömb írható a henger köré?
101. Hogyan aránylanak egymáshoz egy adott kocka csúcsain átmenő, illetve a kocka éleit érintő, illetve a kocka lapjait érintő gömbök sugarai?
102. Egy négyzetes gúla felszíne 684 cm^2, a gúla lapjait érintő gömb sugara 8 cm. Mekkora a gúla térfogata? (*)
103. Mekkora a gömb térfogata, ha a gömbbe írt egyenes körkúp alapkörének sugara 12 cm, alkotója pedig 32 cm?

Internetes segédanyagok

https://zanza.tv/matematika
https://www.matekmindenkinek.hu/
http://realika.educatio.hu/ctrl.php/unregistered/preview/coursecs?c=43&pbka=0&pbk=%2Fctrl.php%2Funregistered%2Fcourses
http://www.geomatech.hu/