

I. GYÖKVONÁS

Négyzetgyök

1. Számítsd ki számológép nélkül a pontos értékét:

a) $\sqrt{20} + \sqrt{45}$

b) $\sqrt{12} + \sqrt{3} - \sqrt{27}$;

c) $\sqrt{28} - \sqrt{63} + \sqrt{7}$;

d) $\sqrt{200} - \sqrt{18} - \sqrt{50}$

2. Melyik a nagyobb?

a) $6\sqrt{3}$ vagy $5\sqrt{2}$;

b) $3\sqrt{5}$ vagy $4\sqrt{3}$;

e)

c) $2\sqrt{7}$ vagy $3\sqrt{3}$;

d) $4\sqrt{10}$ vagy $3\sqrt{15}$;

3. Számítsd ki számológép nélkül a pontos értékét:

a) $\sqrt{\sqrt{61} - 5} \cdot \sqrt{\sqrt{61} + 5}$;

b) $\sqrt{12 + \sqrt{23}} \cdot \sqrt{12 - \sqrt{23}}$;

c) $\sqrt{\sqrt{75} + \sqrt{59}} \cdot \sqrt{5\sqrt{3} - \sqrt{59}}$;

d) $\sqrt{\sqrt{41} - 4\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\sqrt{41} + \sqrt{32}}$;

4. Gyöktelenítsd a törtek nevezőjét!

a) $\frac{2}{\sqrt{2}}$;

b) $\frac{5}{\sqrt{3}}$;

c) $\frac{10}{\sqrt{5}}$;

d) $\frac{3}{\sqrt{6}}$;

e) $\frac{a}{\sqrt{a}}$;

f) $\frac{6}{7\sqrt{3}}$;

g) $\frac{21}{4\sqrt{7}}$;

h) $\frac{2}{3\sqrt{2}}$;

i) $\frac{x}{2\sqrt{x}}$;

j) $\frac{7}{\sqrt{13} - \sqrt{6}}$;

k) $\frac{8}{\sqrt{7} + \sqrt{3}}$;

l) $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$

n-edik gyök

5. Végezd el a következő gyökvonásokat! Indokold eredményeid a gyökvonás definíciója alapján!

a) $\sqrt[3]{8}$;

c) $\sqrt[3]{27}$;

e) $\sqrt[3]{125}$;

g) $\sqrt[4]{1000000}$

b) $\sqrt[4]{16}$;

d) $\sqrt[3]{32}$;

f) $\sqrt[4]{10000}$;

6. Végezd el a következő gyökvonásokat!

(Kell tudni hozzá: $\sqrt[n]{a^n} = a$, ha n páratlan; valamint

$\sqrt[n]{a^n} = |a|$, ha n páros.)

a) $\sqrt[6]{a^6}$;

b) $\sqrt[13]{b^{13}}$;

c) $\sqrt[10]{c^{20}}$;

d) $\sqrt[5]{a^{15}}$

7. Hozz ki a gyökjel elé, amit tudsz, majd vonj össze!

a) $\sqrt[4]{32} + \sqrt[4]{162}$;

b) $\sqrt[3]{24} + \sqrt[3]{3}$

8. Írd fel egyetlen gyökjellel a következő kifejezést és hozd a lehető legegyszerűbb alakra!

a) $\sqrt[3]{2 \cdot \sqrt[4]{2}}$;

b) $\sqrt[3]{3 \cdot \sqrt{5}}$;

c) $\sqrt[5]{2 \cdot \sqrt[4]{2}}$;

d) $\sqrt{a^3 \sqrt{a^4 \sqrt{a}}}$

9. Írd fel egyetlen gyökjellel a következő kifejezést, és hozd a lehető legegyszerűbb alakra!

a) $\sqrt[5]{2} \cdot \sqrt{2}$;

b) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt[4]{5}}$;

c) $\frac{\sqrt[5]{3} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt[3]{3}}$;

d) $\frac{\sqrt[3]{c} \cdot \sqrt[4]{c}}{\sqrt{c^3}}$

10. Számítsd ki számológép nélkül a pontos értékét!

a) $\sqrt[3]{\sqrt{10} - \sqrt{2}} \cdot \sqrt[5]{\sqrt{10} + \sqrt{2}}$;

b) $\sqrt[5]{7 - \sqrt{17}} \cdot \sqrt[5]{7 + \sqrt{17}}$

II. A MÁSODFOKÚ EGYENLET

11. Oldd meg az egyenletet a valós számok halmazán!

a) $2x^2 - 4x - 6 = 0$;

b) $x^2 + 7x + 10 = 0$;

c) $-60 + 2x^2 - 2x = 0$

d) $4x^2 - 224 + 4x = 0$

e) $6x = x^2 + 5$;

f) $2x^2 = x + 3$;

g) $0 = x^2 - 8x$;

h) $x^2 - 9 = 0$;

i) $2x^2 + 3x - 2 = 0$;

j) $80 - x^2 = x^2 + 6x$

k) $80 + x(3x + 8) = 2x(x - 5)$

l) $27x - 3x^2 - 42 = 0$

m) $x^2 = 4 + 3x$

n) $18x - 3x^2 - 24 = 0$

o) $16 + 2x^2 + 18x = 0$

p) $6x - 3x^2 + 189 = 0$

q) $200 - 20x - 4x^2 = 0$

Lásd még: Tankönyv

12. Oldd meg a következő egyenleteket a valós számok halmazán!

a) $(1+2x)(3-x) + x^2 = 9$

b) $9x^2 - 9x + 2 = (3x-1)(3x-2)$

c) $47 - x(3x+4) = 2(17-2x) - 62$

d) $10(x-2) + 19 = (5x-1)(1+5x)$

e) $(x-7)(x+3) + (x-1)(x+5) = 102$

f) $(3x-4)^2 - (6x-7)^2 = 0$

g) $\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 7x + 12} = 2$

h) $\frac{x^2 + 6x - 7}{3x^2 - x - 2} = 5$

i) $\frac{-3x^2 + x}{3x^2 - 4x + 1} = 3$

j) $\frac{x+4}{3} = \frac{2x+1}{x}$

k) $\frac{12}{x} - \frac{7x-6}{6} + 5x - 26 = 0$

$$l) \frac{3x-7}{x+5} = \frac{x-3}{x+2}$$

13. Írj fel legalább két olyan másodfokú egyenletet (a lehető legegyszerűbb alakban), amelynek gyökei:

a) 5 és 2;

b) 7 és 4

c) 3 és -8;

d) -4 és 7;

e) -1 és -2;

f) 0 és -1

g) -3 és $\frac{1}{2}$;

h) -0,1 és -3!

Amelyikben nem egész számok az együtthatók, azt alakítsd egész együtthatóssá!

14. Egyszerűsítsd a következő törtet!

a) $\frac{2x^2 + 3x - 2}{3x^2 + 3x - 6}$;

b) $\frac{6x^2 + x - 2}{-2x^2 + 5x - 2}$;

c) $\frac{x^2 - 3x - 10}{x^2 + 6x + 8}$;

15. Oldd meg az alábbi magasabb fokú, másodfokúra visszavezethető egyenletet!

a) $4x^4 - 17x^2 + 4 = 0$;

b) $16x^4 - 17x^2 + 1 = 0$

c) $2x^4 - x^2 - 1 = 0$

d) $3x^4 - 7x^2 + 2 = 0$

e) $4x^4 - 3x^2 - 1 = 0$

f) $2x^4 + 2x^2 - 4 = 0$;

g) $x^4 + 5x^2 + 6 = 0$;

h) $x^6 - 7x^3 - 8 = 0$

i) $-x^6 - 19x^3 + 216 = 0$;

j) $x^8 - 17x^4 + 16 = 0$

k) $x^8 - 15x^4 - 16 = 0$

16. Oldd meg az alábbi egyenlőtlenséget!

a) $x^2 - 6x + 5 < 0$;

b) $2x^2 - 2x - 12 \geq 0$;

c) $-2x^2 + 5x + 7 \leq 0$;

d) $-x^2 + x + 20 > 0$;

e) $x^2 - 6x + 10 > 0$;

17. Oldd meg az alábbi egyenletet!

a) $\sqrt{5-x} = x-3$;

b) $x-2 = \sqrt{3x-6}$;

c) $\sqrt{2x+2} = 3x-1$;

d) $\sqrt{6-2x} = 9+x$;

III. GEOMETRIA (HASONLÓSÁG)

Kerületi és középponti szögek tétele

18. Egy kör egyazon ívéhez tartozó középponti és kerületi szögek összege 240° . Mekkora a két szög?
19. Egy kör egyazon ívéhez tartozó középponti és kerületi szögek közül egyik 70° -kal nagyobb, mint a másik. Mekkora a két szög?

Szögfelezőtétel

20. Egy háromszög oldalai 12; 14 és 18 cm. Mekkora részekre bontja a 14 cm-es oldalt a vele szemközti szög felezője?
Ugyanezt oldd meg a másik két oldal esetére is!
21. Tk. 135/193.

Hasonló síkidomok

22. — Tankönyv 122. o. 178.

Magasságtétel, befogótételek

23. — Tankönyv 135/194, 195
24. Egy derékszögű háromszög átfogójához tartozó $\sqrt{12}$ cm-es magassága az átfogót két olyan szakaszra bontja, melyek hossza 1 cm-rel tér el egymástól. Mekkora a befogók?
25. Egy derékszögű háromszög egyik befogója 5 cm, az átfogóra eső merőleges vetülete 2 cm. Mekkora a többi oldal és az átfogóhoz tartozó magasság?

Hasonló síkidomok területe, hasonló testek térfogata

26. — Tankönyv 161/241–243, 172/253–256.
27. Egy háromszög 7 cm, a hozzá tartozó magasság 6 cm. Ennek a magasságnak a felezőpontján át húzzunk a 6 cm-es oldallal egy párhuzamost! Számítsd ki a keletkezett síkidomok területét!
28. Egy háromszög egyik oldala 10 cm, a hozzá tartozó magasság 8 cm. A 10 cm-es oldallal párhuzamosan egy egyenessel két egyenlő területű részre bontjuk a háromszöget. Milyen távol van ez a párhuzamos a 10 cm-es oldaltól?
29. Egy 10 cm magas, 4 cm alapélű, négyzet alapú (szabályos négyoldalú) gúlát a magasság felezőpontján át az alaplappal párhuzamos síkkal elmeteszünk. Mekkora a keletkezett testek térfogata?
30. Egy 15 cm magas gúlát az alapjától milyen távolságban kell az alaplappal párhuzamos síkkal két egyenlő térfogatú részre bontani?
31. Egy 20 cm magas, pattogatott kukoricával (nem púposan) tele tölcsérből megesszük a kukorica felét. Milyen magasan van a maradék kukorica?

IV. HEGYESSZÖGEK SZÖGFÜGGVÉNYEI (TRIGONOMETRIA 1.)

Szögfüggvények használata derékszögű háromszögekben

32. Egy derékszögű háromszög egyik befogója 10 cm, a vele szemközti szög 70° . Mekkora az oldalai?
33. Egy derékszögű háromszög átfogója 15 cm. A háromszög egyik hegyesszöge $42^\circ 10'$ -os. Mekkora a többi oldal?
34. Egy 2 m hosszú létrát a falnak döntöttünk. A létra alja 1,3 m-re van a faltól. Mekkora szöget zár be a talajjal a létra?
35. Egy torony árnyéka a vízszintes talajon 75m hosszú. Milyen magas a torony, ha a napsugarak a vízszintes talajtól számítva 60 fokos szögben esnek a talajra?
36. Egy lejtő a vízszintessel 24° -os szöget zár be, és 2,8 m magasra visz. Mekkora a lejtő hossza és a vízszintesre eső vetülete?
37. Mekkora az egyenlő szárú háromszög alapja, ha szára 5,6 cm, az alapon fekvő szögei $58^\circ 13'$ -esek?
38. Egy egyenlő szárú háromszög alapja 12,5 cm, a szárszöge 52° -os. Mekkora a területe?
39. Egy téglalap átlói 33° -os szöget zárnak be egymással. Rövidebbik oldala 5 cm. Mekkora a hosszabbik oldala és az átlói?
40. Gergő szemmagassága a talajtól 175 cm-re van. Milyen magas az a fa, aminek tetejét $72^\circ 12'$ emelkedési szögben, alját $13^\circ 30'$ depressziószögben látja?
41. 35 m távolságból egy épület egyik ablakának felső párkánya $40^\circ 2'$, alsó párkánya $38^\circ 22'$ emelkedési szögben látszik. Milyen magas az ablak?

Adott egy szögfüggvény, számold ki a többit!

42. $\sin \alpha = 0,6$. α kiszámolása nélkül számold ki α többi szögfüggvényét!
43. $\cos \alpha = 0,15$. α kiszámolása nélkül számold ki α többi szögfüggvényét!
44. $\operatorname{tg} \alpha = 1,6$. α kiszámolása nélkül számold ki α többi szögfüggvényét!
45. $\operatorname{ctg} \alpha = 2,8$. α kiszámolása nélkül számold ki α többi szögfüggvényét!
46. $\sin \alpha = \frac{2}{3}$. α kiszámolása nélkül számold ki α többi pontos szögfüggvényét! (kerekített tizedestört nem jó!)
47. Szükség esetén gyakorlás céljából a 47.–50. feladatokat oldd meg más számokkal is!

Nevezetes szögek szögfüggvényértékei

48. Számold ki a következő kifejezés pontos értékét! (Számológép nem használható!)
- $$\cos 30^\circ \cdot \operatorname{tg} 60^\circ - \operatorname{ctg} 60^\circ \cdot \sin 60^\circ$$

49. Számold ki a következő kifejezés pontos értékét! (Számológép nem használható!)

$$\frac{\operatorname{tg} 45^\circ + \sin 45^\circ \cdot \cos 45^\circ}{\sin 30^\circ}$$
50. Számold ki a következő kifejezés pontos értékét! (Számológép nem használható!)

$$\frac{\operatorname{tg} 45^\circ \cdot \operatorname{ctg} 30^\circ - 2 \operatorname{ctg} 45^\circ \cdot \cos 30^\circ}{\sin 30^\circ}$$
51. Számold ki a következő kifejezés pontos értékét! (Számológép nem használható!)

$$\frac{\sin 60^\circ \cdot \cos 45^\circ}{\sin 45^\circ}$$
52. Számold ki a következő kifejezés pontos értékét! (Számológép nem használható!)

$$\frac{3 - 2 \sin 30^\circ}{\cos 45^\circ \cdot \sin 45^\circ}$$
53. Számold ki a következő kifejezés pontos értékét! (Számológép nem használható!)

$$\cos 10^\circ \cdot \sin 80^\circ + \sin 10^\circ \cdot \cos 80^\circ$$
54. Számold ki a következő kifejezés pontos értékét! (Számológép nem használható!)

$$\sin 33^\circ \cdot \cos 57^\circ + \cos 33^\circ \cdot \sin 57^\circ$$
55. Számold ki a következő kifejezés pontos értékét! (Számológép nem használható!)

$$2(\cos 1^\circ \cdot \sin 89^\circ + \cos 89^\circ \cdot \sin 1^\circ) - 3$$

Szabályos sokszögek területe, kerülete

56. Mekkora a 10 cm sugarú körbe írt szabályos ötszög területe, oldala, kerülete?
57. Mekkora az 5 cm sugarú körbe írt szabályos nyolcszög területe, kerülete?
58. Mekkora az egységnyi sugarú körbe írt szabályos hétszög területe?
59. Egy 20 cm sugarú körlapból a lehető legnagyobb területű szabályos hatszöget vágjuk ki. Hány % a hulladék?
60. Egy 12 cm sugarú körlapból a lehető legnagyobb területű szabályos kilencszöget vágjuk ki. Hány % a hulladék?
61. Mekkora sugarú körből vágható ki egy 100 cm² területű szabályos tízszög, ha minimális hulladékot szeretnénk?

VI. SZÖGFÜGGVÉNYEK (tetszőleges szögekre) (TRIGONOMETRIA 2.)

Szögfüggvények általánosítása tetszőleges szögekre

62. Mit értünk tetszőleges szög szinuszánál? Ábrázold koordináta-rendszerben egy origó középpontú, egységnyi sugarú körben egy tetszőleges szög szinuszát!

63. Mit értünk tetszőleges szög koszinusza alatt? Ábrázold koordináta-rendszerben egy origó középpontú, egységnyi sugarú körben egy tetszőleges szög koszinuszát!
64. Ábrázold és jellemezd a $f(x) = \sin x$ függvényt! (Értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás, periodicitás, paritás) A feladatot oldd meg fokban, majd radiánban is!
65. Ábrázold és jellemezd a $f(x) = \cos x$ függvényt! A feladatot oldd meg fokban, majd radiánban is!
66. Ábrázold és jellemezd a $f(x) = \operatorname{tg} x$ függvényt! A feladatot oldd meg fokban, majd radiánban is!
67. Ábrázold és jellemezd a $f(x) = \operatorname{ctg} x$ függvényt! A feladatot oldd meg fokban, majd radiánban is!
-